DOI: https://doi.org/10.32347/2707-501x.2022.49(1).66-78

УДК 539.3

О.О. Кошевий[1],
доктор філософії (PhD)
ORCID: 0000-0002-1903-2905
І.С. Кошева[1],
асистент
ORCID: 0000-0001-8224-3759
[1]Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЇ В ПАРІ ЦІЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ: ВАГА І ПЕРЕМІЩЕННЯ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ПРЯМОКУТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕНІ

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі з урахуванням термосилового навантаження. Авторами висвітлено теоретичне формулювання багатокритеріальної параметричної оптимізації та вихідні дані для оптимального проектування оболонок мінімальних поверхонь. В будівельній механіки існує три види оптимізації оболонок мінімальних поверхонь: оптимізація форми, параметрична оптимізація, топологічна оптимізація. В статті представлено дослідження де одночасно розглядається два види оптимізації: оптимізація форми і параметрична. Висвітлено рівняння напружено-деформованого стану оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі для переміщень. Основні співвідношення. Викладена специфіка задання термосилового навантаження при оптимізаційному розрахунку, яка враховує всі необхідні вихідні дані і коефіцієнти. Показані види роботи цільових функцій, а саме: при яких умовах вони конфліктують, при яких умовах вони консолідуються, при яких умовах вони незалежні одна від одної. В чисельному дослідженні використано авторське програмне забезпечення, яке дозволяє одночасно в автоматичному режимі виконувати багатокритеріальний оптимізаційний розрахунок з цільовими функціями – вага і переміщення по координаційним осям, змінні проектування – товщина оболонки від 1 до 200 мм, обмеження представлені у вигляді напруження по Мізесу 240 МПа. Результат показав, що цільові функції конфліктують, але відбувається зменшення ваги оболонки на 15%, а переміщення по координаційним осям зменшилися на 80%. Етап багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні дозволяє при проектуванні економити матеріал та перерозподіляти його у необхідні зони. Із графіка зміни цільових функцій автори зробили висновок, що точка оптимуму для цільових функцій – вага і переміщення по координаційним осям відсутня. Загальна мета дослідження показує можливість за допомогою авторського програмного забезпечення використовувати два типи оптимізації: оптимізації форми у вигляді оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі і багатокритеріальну параметричну оптимізацію одночасно на об'єкті, який досліджується, що є цікавим і важливим прикладним дослідженням в області будівельної механіки

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна параметрична оптимізація, оптимізація форми, переміщення, оболонка мінімальної поверхні, цільова функція, пара цільових функцій, змінні проектування, обмеження, ліміт, напруження по Мізесу, оболонка мінімальної поверхні.

Вступ. Оболонки мінімальних поверхонь широко застосовуються в будівництві, енергетичному секторі, в машинобудуванні, сільському господарстві та інших сферах промисловості України [6, 7]. В теперішній ринковій економіці при проектуванні будівель і споруд активно використовуються оболонки мінімальних поверхонь.

Оболонки мінімальної поверхні використовуються, як самостійні конструктивні елементи так і з'єднувальні різні агрегати ракетної і космічної області (наприклад, апарат, що виводиться з носієм), або спільно з обшивкою, яка забезпечує суцільну поверхню для герметизації або огороджувальних агрегатів від впливу потоку повітря. Оболонки мінімальних поверхонь відносяться до силових конструкцій, які повинні забезпечувати міцність і жорсткість при певних навантаженнях. При цьому оптимізація форми оболонок мінімальних поверхонь дозволяє зменшити вагу конструкції при тих же навантаженнях. За рахунок оптимізації підвищується вага корисного вантажу і як наслідок підвищується економічна ефективність в цілому [9].

Основний вклад в розробку, створення фундаментальних знань і розвиток мінімальних поверхонь внесли Л. Ейлер (1755 рік) і Ж.Л. Лагранж (1760 рік), (1861 рік) бельгійський фізик Ж. Плато, Г. Монж (1766 рік), Е. Катлан (1842 рік), що дали змогу розвинути область побудови і розрахунку оболонок мінімальних поверхонь.

За кордоном, в європейських країнах широко використовуються оболонки прямокутних і квадратних опорних контурів у вигляді фрагментів гіперболічного параболоїду, а для велико прольотних покриттів - коноїди. Для сучасних покриттів є цікавість і інших опорних контурів: трикутник, ромб, трапеція, коло, еліпс, для яких дуже мало конструктивних рішень оболонок гаусової кривизни. Широким комплексом прикладних задач в будівельній механіки є процес розрахунку оболонок на міцність і загальну стійкість, але при цьому не використовується оптимальні параметри геометрії і товщини оболонок.

Важливі прикладні задачі будівельної механіки є дослідження напружено-деформованого стану (НДС) оболонок при оптимальному проектуванні. З розвитком методів математичного програмування стало можливим знаходження оптимальних параметрів оболонок. Не всі методи математичного програмування справляються з даною задачею. При проектуванні конструкції оболонок мінімальних поверхонь на замкнутому контурі на них, зазвичай, накладають різні обмеження: фізичні, технологічні, експлуатаційні, міцнісні і деформаційні, а також геометричні. Ці обмеження описують у вигляді різних нерівностей. Це дає можливість в просторі параметрів оптимізації виділити деяку стаціонарну область, в межах якої знаходиться оптимальне рішення. Як зазначалось вище, задачі такого типу вирішуються сучасними методами нелінійного програмування, зокрема, створене автором програмне забезпечення багатокритеріальної параметричної оптимізації з урахуванням пари цільових функцій: вага і переміщення по координаційним осям.

Вихідні дані для оптимального проектування оболонок мінімальних поверхонь. При пошуку оптимального проекту зручно представляти у вигляді точки в деякому просторі проектування. В цьому просторі координатні точки в деякому підпросторі проектування. В цьому просторі координати точки визначають конструкцію шляхом описання всіх її геометричних розмірів і всіх сталих проектування і матеріалу. Такі величини називають параметрами конструкції, представляються у вигляді чисел, функцій або векторів. Наприклад, простір оптимального проектування оболонок мінімальних поверхонь можна розбити на два типи параметрів.

Перший тип параметрів, геометричні:

– форма серединної поверхні оболонки;
– контур оболонки мінімальної поверхні;
– рівняння форми оболонки мінімальної поверхні;
– функція зміни її товщини;
– форма границі оболонки;
– геометричні параметри підкріплюючих ребр і додаткових конструктивних елементів;
– наявність отворів.

Другий тип параметрів, описує характеристики матеріалу конструкції:

– характеристики пружності матеріалу конструкції;
– межа текучості і межа міцності;
– коефіцієнти теплового розширення і теплопередачі;
– фізичні характеристики матеріалу підкріплюючих ребр і додаткових конструктивних елементів.

Підпростір проектування має проекти конструкцій, більша частина яких не задовольняє безліч вимог, які необхідні для функціональної придатності конструкцій під навантаженням. Умова достатньої міцності, довговічності, жорсткості і взагалі будь-які обмеження у поведінці конструкції під навантаженням можна розглядати як обмеження, які розділяють підпростір проектування на допустимий і недопустимий підпростір.

Умовний оптимум представляє собою локальний оптимум, яких лежить на кордоні допустимої області. Якщо обмеження має вигляд рівності, то допустимий вектор $\vec{x}$ повинен знаходитися на перетині всіх гіперповерхонь, які відповідають $h_j = (\vec{x}) = 0$. При обмежені у вигляді нерівностей $\vec{x}$ може бути внутрішньою точкою (допустимою точкою), або граничною точкою (також допустимою), або зовнішньою точкою (недопустимою). Для внутрішньої точки $g_j = (\vec{x}) < 0;$ у випадку граничної точки задовольняється одна із нерівностей $g_j = (\vec{x}) > 0$. Активною, або пов'язаною, обмежувальна нерівність називається така, яка для даного $\vec{x}$ перетворюється в рівність $g_j(\vec{x}) = 0$.

В будівельній механіки найчастіше використовують обмеження по:

– максимальному напруженню;
– максимальному переміщенню по координаційним осям;
– мінімальній основній частоті коливань;
– максимальному коефіцієнту запасу по стійкості.

В даній роботі використовуються обмеження у вигляді напружень по Мізесу оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі. Це обмеження виражається у вигляді функціоналу, який знаходиться у підпросторі проектування і тому ділить підпростір проектування на під області лиш наявно. Це обмеження викликає великі труднощі в задачах оптимального проектування оболонок мінімальних поверхонь.

Теоретичні формулювання рівняння напружено-деформованого стану оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі для переміщень. Основні співвідношення. Вважається, що оболонки є ізотропними, пружними і тонкостінними. Приймається справедливість гіпотез Кіргоффа, малості деформацій і кутів повороту порівняння з одиницею. Товщина оболонки мінімальної поверхні з прямокутним контуром приймається змінною. Слід зазначити, що товщина оболонки мінімальної поверхні має бути плавною $dh/ds <$ < 1. Інакше вихідні гіпотези не будуть виконуватися, а отримані при розрахунку результати – недостовірними.

При цьому встановлені варіація результатів, отриманих за допомогою різних підходів до побудови нелінійної теорії, їх порівняльний аналіз, оцінка похибок, яку в цьому випадку дає розрахунок за лінійною і нелелійною теоріями.

Рівняння стану, що описує великі деформації оболонки мінімальної поверхні під дією термосилового навантаження приводяться до крайової задачі для системи нелінійних диференціальних рівнянь.

У відповідності до підходу В.Л. Бідерманом кут нахилу θ оболонки мінімальної поверхні змінюється в процесі деформації

$$\theta^{+} = \theta + v_r. \quad (1)$$

Рівняння деформації подаються у вигляді:

$$\frac{d\xi}{dr} = \varepsilon_r \cos v_r + \cos v_r - \cos\theta\,; \quad (2)$$

$$\frac{d\zeta}{dr} = \varepsilon_r \sin v_r + \sin v_r\,; \quad (3)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{\xi}{r}; \quad (4)$$

$$K_r = \frac{dv_r}{dr}; \quad (5)$$

$$K_\theta = \frac{\sin v_r}{r}. \quad (6)$$

Використовуючи рівняння пружності

$$N_r = D_N(\varepsilon_r + \mu\varepsilon_\theta); \quad (7)$$

$$N_\theta = D_N(\varepsilon_\theta + \mu\varepsilon_r); \quad (8)$$

$$M_r = D_M(K_r + \mu K_\theta); \quad (9)$$

$$M_\theta = D_M(K_\theta + \mu K_r), \quad (10)$$

де $D_N = Eh/(1-\mu^2)$, $D_M = Eh^3/\big(12(1-\mu^2)\big)$ – тангенціальна і згинальна жорсткості; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона, після деяких нескладних перетворень отримаємо систему нелінійних диференціальних рівнянь відносно вектора змінних $\overline{Z^T}(s) = \{\xi, \theta^{+}, N_r, r, M_r, r, \zeta\}$.

$$\frac{d\xi}{ds} = -\frac{\mu}{r}\cos\theta^{+}\,\xi + \cos\theta^{+} - \cos\theta + \frac{1}{K_r}cos^2\,\theta^{+}(N_r) + \frac{1}{2K_r}\sin 2\theta^{+}\frac{F(s)}{2\pi}, \quad (11)$$

$$\frac{d\theta^{+}}{ds} = \frac{1}{Dr}(M_1 r) - \frac{\mu}{r}\sin\theta^{+} + \frac{1}{R_1} + \frac{\mu}{r}\sin\theta, \quad (12)$$

$$\frac{d(N_r)}{ds} = \frac{K(1-\mu^2)}{r}\xi + \frac{\mu}{r}\cos\theta^{+}(N_r) + \frac{\mu}{r}\sin\theta^{+}\frac{F(s)}{2\pi} - q_r r, \quad (13)$$

$$\frac{d(M_1 r)}{ds} = \frac{D(1-\mu^2)}{2r}\sin 2\theta^{+} - \frac{D(1-\mu^2)}{r}\cos\theta^{+}\sin\theta + \sin\theta^{+}(N_r) +$$

$$+\frac{\mu}{r}\cos\theta^{+}(M_1 r) - \cos\theta^{+}\frac{F(s)}{2\pi}, \quad (14)$$

$$\frac{d\zeta}{ds} = -\frac{\mu}{r}\sin\theta^{+}\,\xi + \frac{1}{2K_r}\sin 2\theta^{+}(N_r) + \sin\theta^{+} - \sin\theta + \frac{1}{K_r}sin^2\theta^{+}\frac{F(s)}{2\pi} \quad (15)$$

де $s_0 \le s \le s_l$ – довжина по випуклості оболонки обертання, $r(s)$ – радіус паралельного кола $\theta(s), \theta^{+}(s) = \theta(s) + v_r(s)$ – кут між віссю оболонки обертання до нормалі деформованої і недеформованої поверхні, відповідно v_r – кут повороту нормалі до серединної поверхні в процесі деформації, u, w – радіальне та осьове переміщення, N_r – розпірне зусилля, M_r – згинальний момент, $F(s), q_r(s)$ – сумарна осьова та радіальна складові зовнішнього термосилового навантаження.

Крайові умови для основних змінних $\{\xi, v_r, N_r, M_r, \zeta\}$ стану оболонки мінімальної поверхні для системи (11-15) приймаються у відповідності до умов закріплення її контурів:

– жорстке защемлення $\xi = v_r = \zeta = 0$;
– шарнірне спирання $\xi = \zeta = M_r = 0$;
– вільний край $N_r = M_r = 0$ або $N_r = N_0$, $M_r = M_0$.

Зауважимо, що коли обидва краї оболонки мінімальної поверхні жорстко затисненні або шарнірно оберті, то додатково виникає необхідність розкриття статичної невизначеності підходом, який описаний вище.

Розв’язок системи (11-15) суттєво ускладнений тим, що значення однієї із змінних v_r є нелінійною складовою коефіцієнтів системи, тому в даному дослідженні використовується чисельний метод знаходження всіх переміщень оболонки мінімальної поверхні на прямокутному опорному контурі.

У загальному вигляді рівняння напружено-деформованого стану оболонок мінімальних поверхонь, за наявності переміщень при термосиловому навантаженні і оссесиметричному деформуванні, подаються у формі відповідних крайових задач для системи диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами.

$$\frac{d\bar{z}}{ds} = A(\bar{z}(s), s) \times \bar{z} + B(\bar{z}(s), s), \quad (16)$$

які доповнюються відповідною кількості крайових умов

$$f_j\left(\bar{z}(s_p)\right) = 0, \quad (17)$$

$$j = \overline{1, m}, \tag{18}$$

що відповідають різним варіантам закріплення торців оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі у початковій $s_p = s_0$ і кінцевій $s_p = s_l$. Точка центру координат оболонки. Тут $\bar{z}(s)$ – вектор змінних стану оболонки.

Математична модель багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь. Багатокритеріальну параметричну оптимізацію можна описати як однокритеріальну параметричну оптимізацію, але є декілька відмінностей.

Задачу багатокритеріальної параметричної оптимізації можна сформулювати наступним чином [1]:

$$min\,\{F_1(X), F_2(X), \dots, F_n(X)\}, \tag{19}$$

де $F_i(X)$ – цільові функції, $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)^k$ – вектор параметрів, при цьому $X \in R^n$ – необмежена кількість припустимих варіантів вирішення задачі. $F_i :$ $R^n \to R, i = \overline{1, n}$ – цільові функції (критерії).

В [4] всі функції $F_i, i \to \overline{1, n}$ можна безперервно диференціювати в X, тоді для кожної цільової функції відомий градієнт в будь-якій точці напівпростору $x \in X$:

$$\nabla F_i(X) = \left(\frac{\partial F_i(x)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial F_i(x)}{\partial x_n}\right)^T. \tag{20}$$

Такий вектор градієнтів представлено у вигляді вектору, в якому відбувається мінімізація чи максимізація цільової функції, в залежності від напряму роботи у підпросторі проектування.

У співвідношенні (20) цільові функції при мінімізації або максимізації можуть взаємодіяти між собою. Основні типи взаємодії представлені наступним чином: конфронтація (конфліктують), незалежність одна від одної та консолідують, тобто об'єднують свої зусилля у досягнення однієї мети.

Перший спосіб взаємодії. Припустимо, що $F_i(x)$ консолідують з цільовою функцією $F_j(x)$

$$\forall x' \forall x'' \big(F_i(x'') \ge F_i(x')\big) \to \big(F_i(x'') \ge F_i(x')\big). \tag{21}$$

Другий спосіб взаємодії. Припустимо, що $F_i(x)$ конфліктує з цільовою функцією $F_j(x)$

$$\forall x' \forall x'' \big(F_i(x'') \ge F_i(x')\big) \to \big(F_i(x'') \le F_i(x')\big). \tag{22}$$

Третій спосіб взаємодії [2]. Якщо перший і другий спосіб взаємодії не виконується, то цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ незалежні в X.

Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації в парі цільових функцій: вага і переміщення по координаційним осям для оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі.

Для чисельного експерименту багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на заданому прямокутному контурі задаються вихідні параметри [4, 5, 8, 9], а саме: за цільові функції взяті вага і переміщення по координаційним осям, які задаються при оптимізаційному розрахунку параметричної оптимізації. Змінні проектування представлені товщиною оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі з інтервалом від 1 до 200 мм, обмеження представлені у вигляді напруження по Мізесу 240 МПа.

Під час процесу багатокритеріальної параметричної оптимізації використовується власне програмне забезпечення, в якому є цільові функції, змінні проектування, обмеження, накладення на кожний скінчений-елемент *Plate* унікальні властивості по товщині. Побудова геометрії оболонки мінімальної поверхні виконується на існуючому програмному забезпеченні, яка потім переноситься на Femap with Nastran в автоматизованому режимі, де в подальшому виконується побудова скінчено-елементної моделі рис. 1 [3] і задання термосилового навантаження. Між всіма програмними забезпеченнями та програмним комплексом Femap with Nastran створені перехідні модулі для того, щоб цей процес виконувався **в автоматизованому режимі**.

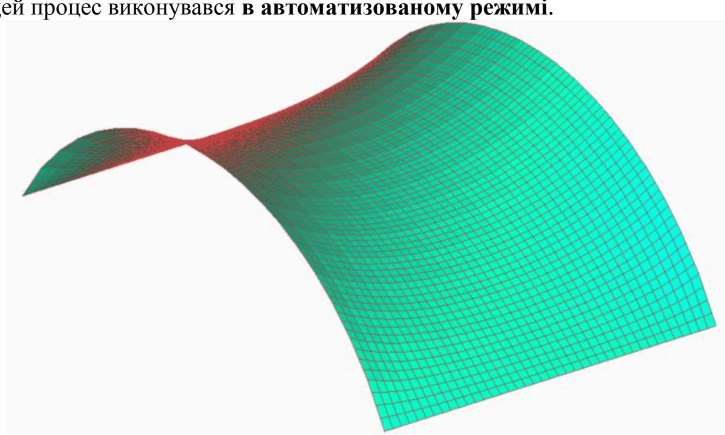

Рис. 1. Скінчено-елементна модель оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі

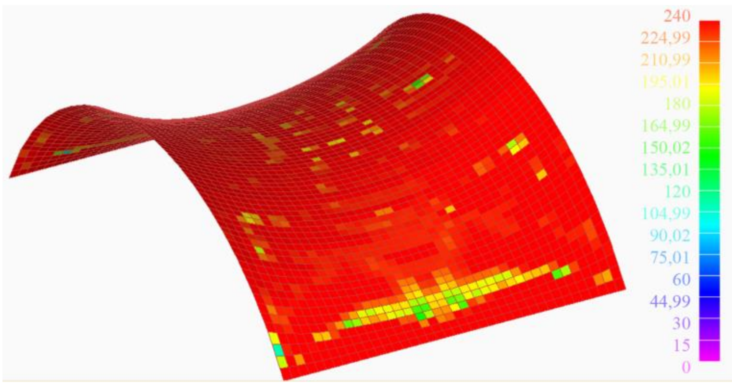

Рис. 2. Напруження по Мізесу в МПа після оптимізаційного розрахунку

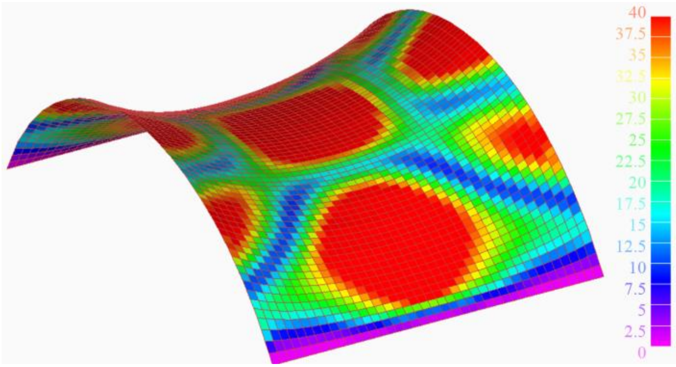

Рис. 3. Переміщення після оптимізаційного розрахунку $\text{Total Translation} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

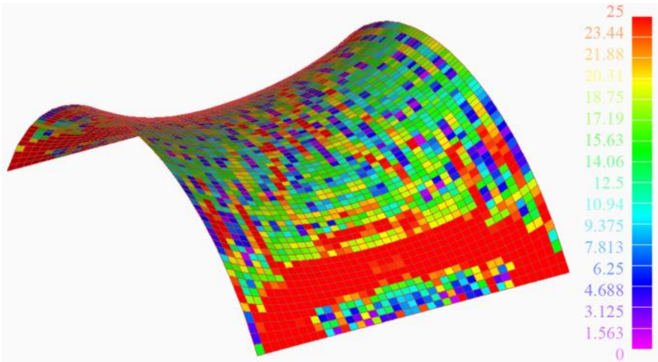

Рис. 4. Товщина оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі після оптимізації в мм

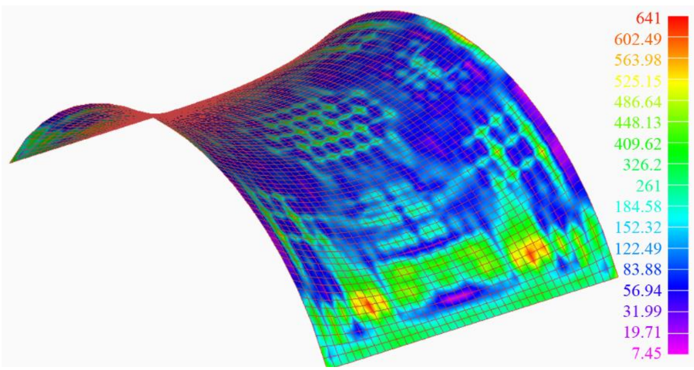

Рис. 5. Напруження по Мізесу в МПа до оптимізації

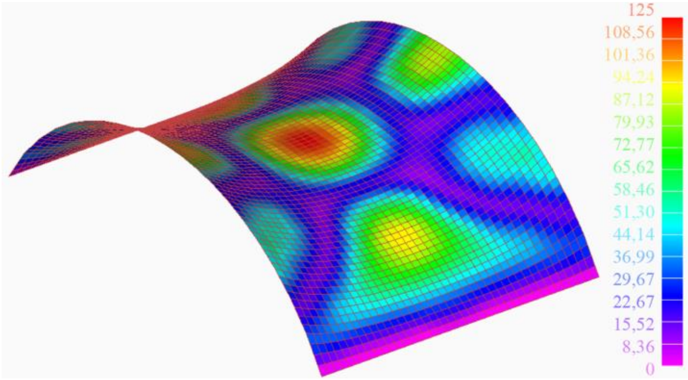

Рис. 6. Переміщення до оптимізаційного розрахунку Total Translation = $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

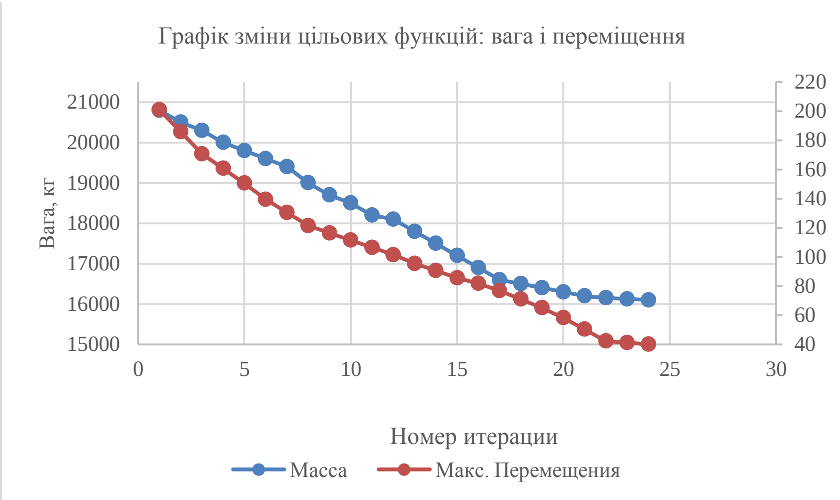

Рис. 7. Графік зміни цільових функцій: ваги і переміщення по ітераціям багатокритеріальної параметричної оптимізації

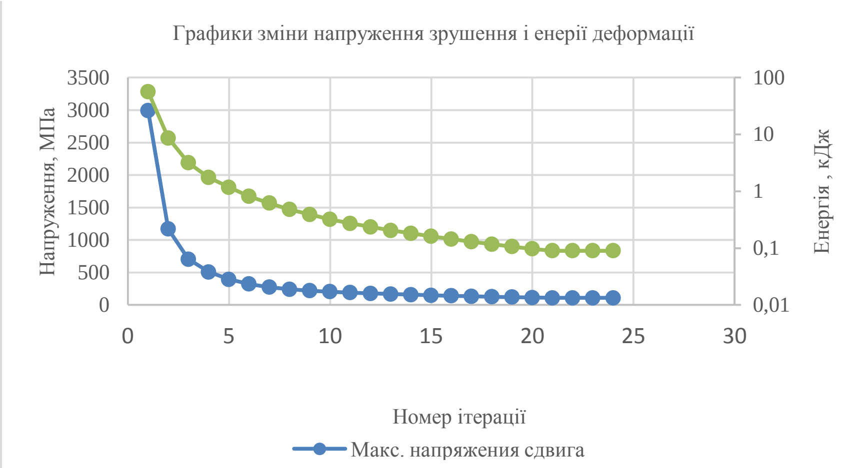

Рис. 8. Графік зміни напруження зрушення і енергії деформації по ітераціям багатокритеріальної параметричної оптимізації

Рис. 9. Графік зміни обмеження: максимальних напружень по Мізесу по ітераціям багатокритеріальної параметричної оптимізації

Результати чисельних досліджень оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі. За допомогою власного програмного забезпечення та програмного комплексу Femap with Nastran виконано дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі з урахуванням термосилового навантаження, що дало змогу зменшити значення цільової функції – ваги конструкції, та за допомогою зміни товщини оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі зменшити і перерозподілити переміщення по координаційним осям, що є другою цільовою функцією.

В результаті отримали наступні значення:

– на графіку зміни цільових функцій (рис.7-8) відбулося зменшення ваги оболонки на 15% і переміщення на 80% по елементне;

– з рис. 2 на графіку 9, зменшення напруження по Мізесу відбулося в середньому на 37% по елементне, до оптимізації максимальні напруження становили 641 МПа;

– до оптимізації максимальні переміщення становили 215 мм на рис. 6, після оптимізаційного розрахунку, як зображено на рис. 3 становлять 40 мм. та на графіку 7.

На графіку 6 цільові функції – вага і переміщення не пересікаються, це означає, що відсутня точка оптимуму для двох цільових функцій, також цільові функції конфліктують.

Загальна мета полягає принциповому розгляді двох типів оптимізації одночасно на одному досліджуваному об’єкті. Для першого типу – оптимізація геометрії оболонки, що є оболонкою мінімальної поверхні на прямокутному контурі, а для другого типу – багатокритеріальна параметрична оптимізація у вигляді 2-х цільових функцій – вага і переміщення. Це є важливою задачею будівельної механіки для розв’язування нового типу задач де використовується два типи оптимізації.

Список літератури:

1. Герасимов Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Киев: Вища школа, 1985. 134 с.

2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.

3. Ігнатишин М.І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево: РВВ МДУ, 2017. 172 с.

4. Кошевий О.О. Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття. *Опір матеріалів і теорія споруд*: наук.-тех. збірник. К.: КНУБА, 2019. Вип. 103. С. 253-265.

5. Кошевий О.О. Оптимізація стального звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2018. Вип.3. С. 34–50.

6. Гоцуляк Є.О., Кошевий О.П., Морсков Ю.А. Чисельне моделювання оболонок, утворених мінімальними поверхнями. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2001. Вип. 69. С. 47-51.

7. Кошевий О.П. Кошевий О.О. Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями. *Містобудування та територіальне планування*, Вип. 55. Київ: КНУБА, 2015. С. 215-227.

8. Кошевий О.П. Кошевий О.О. Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі. *Містобудування та територіальне планування*, Вип. 59. Київ: КНУБА, 2016. С. 234-244

9. Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. М.: Наука, 2006. 544 с.

References:

1. Herasymov, E.N., Pochtman YU.M., & Skalozub, V.V. (1985). *Mnohokryteryal'naya optymyzatsyya konstruktsyy*. (Multicriteria optimization of structures). Kyev: Vyshcha shkola. 134 s.

2. Hyll, F., Myurrey, U., & Rayt, M. (1985). Praktycheskaya optymyzatsyya (Practical optimization). M.: Myr. 509 s.

3. Ihnatyshyn, M.I. (2017). *Mekhaniko-matematychne modelyuvannya elementiv mostovykh konstruktsiy (opora, balka, plyta)*. [Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab)]. Mukachevo: RVV MDU. 172 s.

4. Koshevyi, O.O. (2019). Optymalʹne proektuvannya tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttya. [Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells]. *Opir materialiv i teoriya sporu*. Vyp. 103. Pp. 253-265.

5. Koshevyi, O.O. (2018). Optymizatsiya stalʹnoho zvarenoho rezervuaru pry obmezhenni: napruzhenʹ, peremishchenʹ, vlasnykh chastot kolyvannya. [Optimization of steel welded tank with limitation: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations]. *Budivel'ni konstruktsiyi. Teoriya i praktyka*. Vyp.3. Pp. 34–50.

6. Hotsulyak, YE.O., Koshevyi, O.P., & Morskov, YU.A. (2001). Chyselʹne modelyuvannya obolonok, utvorenykh minimalʹnymy poverkhnyamy. [Numerical modeling of shells formed by minimal surfaces]. *Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika*. Vyp. 69. Pp. 47-51.

7. Koshevyi, O.P. & Koshevyi, O.O. (2015). Chyselʹne doslidzhennya vlasnykh kolyvanʹ roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimalʹnymy poverkhnyamy. [Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces]. *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya*, Vyp. 55. Pp. 215-227.

8. Koshevyi, O.P. & Koshevyi, O.O. (2016). Vlasni kolyvannya obolonok minimalʹnykh poverkhonʹ na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. [Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour]. *Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya*, Vyp. 59. Pp. 234-244

9. Kryvoshapko, S.V., Yvanov, V.N., & Khalaby, S.M. (2006). *Analytycheskye poverkhnosty: materyaly po heometryy 500 poverkhnostey y ynformatsyya k raschetu na prochnost' tonkykh obolochek*. [Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells]. M.: Nauka. 544 s.

O.O. Koshevyi, I.S. Kosheva

Multicriterial parametric optimization in a pair of target functions: weight and movement of the shell minimum surface on the straight

The article considers the numerical study of multicriteria optimization of the minimum surface of a shell on rectangular contour taking into account the thermal load. The authors showed the theoretical formulation of multicriteria parametric optimization. Using of thermal force load is very important for objects that have a large span, especially using the static and temperature load in one place of a shell. This makes it possible to cover a wider range of construction site operation. In structural mechanics, there are three main types of standard shells of minimum surface: shape optimization, parametric optimization, and topological optimization. The article simultaneously combines two studies on the same object: shape optimization and parametric. The method of constructing this minimal surface on a rectangular contour is described. The specifics of the issuance of thermal power load in the optimization *calculation, which is in all initial indicators and coefficients. The types of work of target functions are shown, namely: under what conditions they conflict, under what conditions they consolidate, under what conditions they are independent of each other. The numerical study uses the author's software, which allows in automatic mode a multicriteria optimization calculation with target functions - weight and Mises stress, design variables - thickness from 1 to 200 mm, presented as a Mises voltage of 240 MPa. The result showed that the target functions of the conflict change, but the weight decreases by 15%, and move along the coordination axes by 80% of the elements. After determining the displacements and stresses according to Mises, the process of designing and selecting the section of the structure for construction begins. The stage of design makes it possible to save material and redistribute it to the desired zones. From the graph of the change of objective functions according to the optimal height, what is the point for the objective functions - weight and move along the coordination axes is absence. The overall purpose of the study shows the possibility of using authoring software to use two types of optimization: optimization of shapes in the form of these minimum surface parameters on rectangular contour and multicriteria optimization together on the research subject, which is interesting and applied in structural mechanics.*

Key words: optimization, parametric optimization, multicriteria parametric optimization, shape optimization, moving, minimum surface shell, objective function, pair of objective functions, design variables, constraints, constraints, limit, Mises stress, minimum surface shell.

Посилання на статтю

APA: Koshevyi, O.O., & Kosheva I.S. (2022). Multicriterial parametric optimization in a pair of target functions: weight and movement of the shell minimum surface on the straight. *Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn*, 49 (1), 66-78.

ДСТУ: Кошевий О.О., Кошева І.С. Багатокритеріальна параметрична оптимізації в парі цільових функцій: вага і переміщення оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантажені. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2022. № 49 (1). С. 66-78.