

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ПЕРЕМІЩЕННЯ І ВАГИ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ З ПРЯМОКУТНИМ ПЛАНОМ, ЯКА СКЛАДАЄТЬСЯ З ДВОХ ПРЯМИХ ЛІНІЙ І ДВОХ ПІВКІЛ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Для вирішення питань багатокритеріальної параметричної оптимізації, де одночасно використовуються декілька цільових функцій одночасно і автоматизовано є цікавою задачею для прикладної і будівельної механіки. Сучасна параметрична оптимізація виконується на основі розрахункових комплексів з додатковими модулями, які програмуються на сучасних мовах програмування і дають нові можливості в управлінні методами розрахунків просторових конструкцій.

Оболонки мінімальних поверхонь являються дуже цікавими об'єктами дослідження для оптимального проектування в цілому та дослідження в напрямку будівельної і прикладної механіки. Мінімальна поверхня – це поверхня, в якій серединна кривизна дорівнює нулю в усіх точках, відповідно, мінімальна поверхня є поверхнею від'ємною гаусовою кривизною.

Оптимальне проектування просторових конструкцій виконується за основними напрямками в першу чергу, як виконуються основні розрахунки за двома групами граничних станів: міцність, стійкість, коливання, вага, об'єм. Це основні цільові функції, які дають можливість при статичних і динамічних зовнішніх навантажень оптимізувати основні характеристики роботи конструкції при дослідженні напружено-деформованого стану.

Під параметричною оптимізацією розуміється процес досягнення екстремальної цілі у припущенні стаціонарності екстремальної характеристики об'єкта оптимізації в площині оболонки мінімальної поверхні, що обмежена її геометрією вхідними і вихідними параметрами. При цьому об'єкт оптимізації може реально існувати, або представляти собою математичну модель. Методи і алгоритми параметричної оптимізації мають важливу роль в загальному математичному методі при розрахунку конструкцій.

За допомогою багатокритеріальної параметричної оптимізації вдалося зменшити вагу оболонки. Напруження по Мізесу відповідають обмеженню 260 МПа. Слід зазначити теоретичний оптимум цільових функцій, в точці пересікання двох цільових функцій виконаний на відмітці 260 МПа, що становить обмеження, можемо зробити висновок, не дивлячись, що дві цільові функції конфліктують, в точці оптимуму, при даній постановці задачі вони працюють досить ефективно.

Ключові слова: *оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна параметрична оптимізація, оптимізація форми, переміщення, оболонка мінімальної поверхні, цільова функція, вага конструкції, змінні проектування, обмеження, товщина оболонки.*

Вступ. Для вирішення питань багатокритеріальної параметричної оптимізації, де одночасно використовуються декілька цільових функцій одночасно і автоматизовано є цікавою задачею для прикладної і будівельної механіки. Сучасна параметрична оптимізація виконується на основі розрахункових комплексів з додатковими модулями, які програмуються на сучасних мовах програмування і дають нові можливості в управлінні методами розрахунків просторових конструкцій.

Одночасно цікаво розглядати сучасні задачі, де використовуються декілька видів оптимізації. В даній статті розглядається одночасно оптимізація форми і багатокритеріальна параметрична оптимізація на одному об'єкті дослідження. Така постановка задачі дає можливість і подальший світогляд при дослідженні напружено-деформованого стану просторових конструкцій з використанням декількох видів оптимального розрахунку, та урахування цього досвіду в державних будівельних нормах відповідного напрямку. З економічної точки зору, такі задачі дають можливість розглядати економію матеріалів через декілька способів.

Перший спосіб, знаходження оптимальної геометрії просторової конструкції, який дає змогу максимально зменшити внутрішній згинальний момент, поперечні і поздовжні зусилля від зовнішнього навантаження. В даному виді оптимального проектування, геометрія просторової конструкції дуже залежить від зовнішнього навантаження, для прикладу, є метод в прикладній геометрії, який націлений саме на моделювання геометрії просторової конструкції через точковий каркас, на який прикладено зовнішнє статичне навантаження і під це зовнішнє навантаження формується кінцева геометрія [1]. Сучасний розвиток прикладної і будівельної механіки не дає можливість використовувати такий підхід до розрахунку просторових конструкцій з урахування динамічних навантажень, або нелінійних постановок різного типу.

Другий спосіб, знаходження товщини просторової конструкції відбувається в кожному скінченному елементі, який може бути мінімальним, при обмеженні, для даного зовнішнього навантаження. В будівельній і прикладній механіки, вирішення задачі по параметру, присвячено багато робіт [2-3], але як правило, параметрична оптимізація виконується по одному параметру, декілька параметрів одночасно і автоматизовано не враховується, тільки для деяких робіт як теоретичні відомості [4-6].

Оболонки мінімальних поверхонь є дуже цікавими об'єктами дослідження для оптимального проектування в цілому та дослідження в напрямку будівельної і прикладної механіки. Мінімальна поверхня – це поверхня, в якій серединна кривизна дорівнює нулю в усіх точках, відповідно, мінімальна поверхня є поверхнею від'ємною гаусовою кривизною. Мінімальні поверхні можна розділити на класичні: катеноїд, прямий гелікоїд, поверхні Шерка, поверхня Енепера, поверхня Шварца, поверхня Каталана, мінімальна поверхня Бора, гіроїд, поверхня Неовіуса, мінімальна поверхня Хенеберга, триноїд, мінімальна поверхня Кости, мінімальна поверхня Ліхтенфелса, мінімальні поверхні Петерсона, мінімальні поверхні Томсена та інші [7]. Мінімальні поверхні можна також розділяти по іншим властивостям: мінімальні поверхні на базі точкових каркасів, алгебраїчні мінімальні поверхні, повні мінімальні поверхні, мінімальні поверхні з вільними кордонами. Класифікація мінімальних поверхонь прив'язується до багатьох чинників але серединна кривизна завжди дорівнює нулю, це головний фактор

який відрізняє їх від інших оболонок. В даній статті розглядається мінімальна поверхня на базі точкового каркасу.

Оптимальне проектування просторових конструкцій виконується за основними напрямками, в першу чергу, як виконується основні розрахунки за двома групами граничних станів: міцність, стійкість, коливання, вага, об'єм. Це є основні цільові функції, які дають можливість при статичних і динамічних зовнішніх навантажень оптимізувати основні характеристики роботи конструкції при дослідженні напружено-деформованого стану.

Цікавими задачами будівельної і прикладної механіки є оптимальне проектування наступних цільових функцій: модуль пружності, при нелінійній статичній постановці, динамічний розрахунок, при геометричній і фізичній нелінійній постановці. Сучасні розрахункові комплекси не мають такої можливості, тому програмування окремих модулів для такого типу задач є одним із майбутніх шляхів розвитку оптимального проектування в будівельній і прикладній механіці [8].

Матеріал об'єктів оптимального проектування в сучасних роботах по цій тематиці виконується з будівельної сталі. Проблема деревини і залізобетону в неоднаковій роботі в різних площинах та змінні модулі пружності, а також в неоднорідності матеріалів.

Математичне програмування параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь. Під параметричною оптимізацією розуміється процес досягнення екстремальної цілі у припущенні стаціонарності екстремальної характеристики об'єкта оптимізації в площині оболонки мінімальної поверхні, що обмежена її геометрією вхідними і вихідними параметрами. При цьому об'єкт оптимізації може реально існувати, або представляти собою математичну модель. Методи і алгоритми параметричної оптимізації мають важливу роль в загальному математичному методі при розрахунку конструкції. З іншої сторони, сам об'єкт оптимізації можна розглядати як об'єкт статичного оптимального керування з постійними вхідними і вихідними даними [9].

Об'єкти оптимізації, які розглядаються (оболонки мінімальних поверхонь) будуть характеризуватися сукупністю неперервних параметрів, які умовно можна розділити на три групи: вхідні (керовані), зовнішні, вихідні.

Вхідними параметрами $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ називаються змінними в процесі оптимізації, параметри, які мають роль керуючої дії при розгляді об'єкта оптимізації. Зовнішні параметри $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ характеризують невизначеність обставин. Окремі компоненти вектора ξ можуть мати випадковий так і не випадковий характер. Змістовний зміст введення зовнішніх параметрів складається в описі наступних характерних чинників:

- вплив випадкових відхилень при установці заданих (номінальних) значень x_i на реальному об'єкті;
- випадкових чинників зовнішньої середовища на об'єкт, які змінюють реальні вихідні характеристики по відношенню до розрахункових;
- вплив змінних, умови функціонування об'єкту, наприклад таких, як температура, вологість, рівень радіації, сейсміка.

Вектор вихідних параметрів $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ дозволяє кількісно визначити характеристики оптимізованого об'єкту. Вектор y характеризує оптимізований об'єкт. Далі передбачається, що існує функціональний зв'язок [10]:

$$y = \varphi(x, \xi). \quad (1)$$

Оператор об'єкта оптимізації дозволяє по заданим x і ξ розрахувати відповідний вектор y (задача аналізу). Як правило, оператор об'єкту оптимізації φ задано алгоритмічно.

Задача параметричної оптимізації в загальному випадку виконується як багатокритеріальна задача з обмеженнями:

$$y_i = (x, \xi) \rightarrow \min i \in [1; r], x \in D \cong R^n. \quad (2)$$

$$D = \{x \in R^n\} g_i(x, \xi) \leq 0, i \in [1: m], g_i(x, \xi) = 0, j \in [m + 1: S]. \quad (3)$$

Множина $\{y_1 \dots y_k\}$ утворює множину вихідних параметрів, які мають вагу часткових критерій оптимальності і характеризують об'єкт оптимізації. Наявність декількох часткових критерій, по суті відображають ту невизначеність цілі, яка явно або неявно присутня при оптимізації будь-якого складного об'єкту.

Інтуїтивна суть задачі полягає у виборі такого вектора із допустимої множини D , щоб кожен із критеріальних вихідних параметрів прийняв по можливості менше значення. Математичне рішення задачі оптимізації у вигляді конкретного вектора $x^* \in D$ практично не існує, так як критеріальні вихідні параметри конфліктують за рахунок суперечливих вимог до об'єкту оптимізації, і мінімум відповідних функціоналів досягається в різних точках. Це припущення правомірне, так як в іншому випадку, дві вихідні функції у мають мінімуми в одній точці, тоді одна з них може не розглядатися взагалі [11].

Допустима множина D формується на основі трьох груп різних обмежень, які мають вигляд рівності або нерівності і задаються вони за рахунок функцій $g_i(x, \xi)$.

Прямі або аргументні обмеження накладаються безпосередньо на компоненти вектора вхідних параметрів:

$$a_i(x_j) \leq x_i \leq b_i(x_j); i \neq j. \quad (4)$$

Обмеження 1.3 і 1.4 зустрічаються частіше всього і визначені причинами, які пов'язані з умовами фізичною необхідністю вхідних параметрів. Функціональні обмеження включають умови роботоспроможності, які мають принципове значення при оцінці правильного функціонування об'єкта оптимізації, виходячи із його функціонального призначення. Ці обмеження мають наступний вид [12]

$$y_i \leq t_i; t_i \in R^1; i \in [1: L]. \quad (5)$$

До функціональних обмежень відноситься вимоги по міцності і стійкості системи, яка проектується за допомогою автоматизованої оптимізації – полягає у необхідності розміщення полюсів передаточної функції в комплексній площині. Критеріальні обмеження мають наступний вигляд

$$y_l \leq t_l; t_l \in R^1; l \in [1: K]. \quad (6)$$

і відображають вимоги до характеристик якості об'єкта оптимізації, які повинні бути виконані за будь-яких умов оптимізаційного проекту з використання функціональних обмежень.

Основна відмінність від функціональних і критеріальних обмежень полягає в наступному: виконання нерівності (5) з великим запасом не вимагається, важливо тільки гарантувати її виконання. З іншої сторони в силу критеріального характеру вихідних параметрів y в (6) необхідно досягати максимально можливого

результату з урахуванням декількох екстремумів цільової функції параметричної оптимізації оболонки мінімальних поверхонь при виконанні певних нерівностей.

Основні співвідношення лінійної теорії тонких пружних оболонок мінімальної поверхні при чисельному дослідженні параметричної оптимізації. Розглянемо тонкі пружні оболонки мінімальної поверхні змінної товщини. Оболонки виконані із матеріалу, який працює в межах загального закону Гука. При цьому враховуємо, що переміщення малі в порівнянні з товщиною оболонки, тому приймаємо лінійну теорію оболонок, яка базується на гіпотезах Кірхгофа-Лява.

Віднесемо серединну поверхню оболонки до ортогональної системи координат α, β . Тоді координатними лініями будуть лінії головної кривизни. Товщина оболонки h , яка вираховується від серединної поверхні в напрямку нормалі, є змінною $h = h(\alpha, \beta)$.

В декартовій системі координат x, y, z рівняння серединної поверхні можна записати в параметричній формі [13]:

$$x = x(\alpha, \beta); y = y(\alpha, \beta); z = z(\alpha, \beta). \quad (7)$$

Перша і друга квадратна форма для даної серединної поверхні має вигляд:

$$\varphi_1 = A^2(\alpha\alpha)^2 + B^2(\alpha\beta)^2; \varphi_1 = L(\alpha\alpha)^2 + N(\alpha\beta)^2 \quad (8)$$

де A і B – параметри Ламе, які пов'язані з приростом дуг координатних ліній рівності.

$$\partial S_1 = A\alpha\alpha; \partial S_2 = B\alpha\beta. \quad (9)$$

Коефіцієнти L і N другої квадратичної форми пов'язані з радіусом головної кривизни R_1 і R_2 співвідношеннями:

$$\frac{1}{R_1} = -\frac{L}{A_2}; \frac{1}{R_2} = -\frac{N}{B^2}. \quad (10)$$

Переміщення серединної поверхні оболонки під дією прикладених термосилових навантажень характеризується компонентами $\mu(\alpha, \beta)$, $\nu(\alpha, \beta)$, $\omega(\alpha, \beta)$ напрямком яких співпадає з напрямком координатних ліній x, y, z відповідно.

В загальному випадку вирішуючи рівняння лінійної теорії оболонок представляють собою систему диференціальних рівнянь восьмого порядку в частинних похідних [14].

В деяких практично важливих випадках рівняння лінійної теорії оболонок вдається спростити і звести до загального диференціального рівняння. Розглянемо два таких випадки.

До першого відноситься оболонки обертання. Розкладені шукані функції в ряди Фур'є по кутовій координаті дозволяють розділити змінні і звести задачу розрахунку таких оболонок до крайової задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь. Приведемо основні співвідношення моментної теорії оболонок мінімальних поверхонь, у випадку дії статичних навантажень, що не створюють асиметричне кручення.

В якості гаусових координат α, β серединної поверхні обираємо довжину дуги, яка створена перетинанням довільної площини симетрії, проходячи через вісь

обертання з поверхнею оболонки і кут ψ , який визначає положення цієї дуги по відношенню до деякої фіксованої дуги. Кут між нормаллю і серединною поверхнею оболонки і віссю її симетрії виразити через θ , радіус кола, який створений перетинанням серединної поверхні площини, нормальною до осі симетрії, позначимо r . В такому випадку $A = 1; B = r$;

$$\frac{\partial r}{\partial s} = \cos \theta; \frac{1}{R_2} = \frac{\sin \theta}{r}. \quad (11)$$

Деформації серединної поверхні $\varepsilon_1, \varepsilon_r$, кут повороту нормалі ϑ_1 і параметри зміни кривизни ae_1, ae_2 пов'язані з формулами переміщення оболонок мінімальних поверхонь

$$\varepsilon_1 = \frac{du}{ds} + \frac{\omega}{R_1}; \varepsilon_r = \frac{\cos \theta}{r} u + \frac{\sin \theta}{r} \omega; \quad (12)$$

$$\vartheta_1 = \frac{u}{R_1} - \frac{d\omega}{ds}; ae_1 = \frac{d\vartheta_1}{ds}; ae_2 = \frac{\cos \theta}{r} \vartheta_1. \quad (13)$$

Зв'язок поздовжніх зусиль T_1 і T_2 і згинальних моментів M_1, M_2 з компонентами деформацій виражається за допомогою закону Гука:

$$T_1 = \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2); T_2 = \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1); \quad (14)$$

$$M_1 = D(ae_1 + \nu ae_2); M_2 = D(ae_2 + \nu ae_1). \quad (15)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}. \quad (16)$$

E – модуль Юнга, D – циліндрична жорсткість, ν – коефіцієнт Пуассона.

Рівняння рівноваги елементів оболонки мінімальної поверхні:

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} (rT_1) - T_2 \cos \theta + \frac{r}{R_1} \theta_1 + rq_1 &= 0 \\ \frac{d}{ds} (rQ_1) - \frac{r}{R_1} T_1 - T_2 \sin \theta + rq_3 &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{d}{ds} (rM_1) - \frac{1}{r} M_2 \cos \theta - Q_1 &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

де Q_1 – перерізуючі зусилля; q_1, q_3 – компоненти вектора інтенсивності зовнішнього навантаження.

Напруження в точці оболонки мінімальної поверхні на відстані z від серединної поверхні виражається через мембранні і згинальні зусилля:

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{h} + \frac{12M_1}{h_3} z; \sigma_2 = \frac{T_2}{h} + \frac{12M_1}{h_3} z. \quad (18)$$

Виключаючи із (12-16) ε_1, ae_1 отримаємо систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{du}{ds} &= -\frac{\omega}{R_1} + \frac{1}{Eh}(T_1 - \nu T_2); \\ \frac{d\omega}{ds} &= \frac{u}{R_1} - \vartheta; \quad \frac{d\vartheta_1}{ds} = \frac{12}{Eh^3}(M_1 - \nu M_2); \\ \frac{dT_1}{ds} &= -\frac{1}{r}(T_1 - T_2) \cos \theta - \frac{1}{R_1}Q_1 - q; \\ \frac{dQ_1}{ds} &= \frac{1}{R_1}T_1 + \frac{1}{r}T_2 \sin \theta - \frac{1}{r}Q_1 \cos \theta - q_3; \\ \frac{dM_1}{ds} &= Q_1 - \frac{1}{r}(M_1 - M_2) \cos \theta. \end{aligned} \quad (19)$$

Після виключення із (19) T_2 і M_2 за допомогою співвідношень (16-15) система диференціальних рівнянь може бути представлена у вигляді

$$\frac{dy}{ds} = f[s, h(s)]y + q(s). \quad (20)$$

де $y(s) = \text{col}(u, \omega, \vartheta_1, T_1, Q_1, M_1)$ – вектор стану; f – матриця змінних коефіцієнтів; $q(s)$ – вектор навантаження.

Рівняння (20) представляє собою систему звичайних диференціальних рівнянь шостого порядку. Для їх вирішення необхідно задати шість граничних умов – по три на кожному краю [5].

До другого випадку відносяться довгі циліндричні оболонки мінімальних поверхонь, для яких умови опирання на диск жорсткості і задання навантаження незмінне вздовж прямолінійних утворень. Згідно принципу Сен-Венана, на достатній відстані від торців напружено-деформованого стану таких оболонок можна рахувати не залежним від способу опирання торців.

Припустимо, що напрямком прямолінійних утворень співпадає з напрямком координатних ліній α . Тоді

$$\frac{1}{R_1} = 0; A = 1. \quad (21)$$

Елемент оболонки одиничної ширини $(\Delta\alpha) = l$ розташований вздовж координатної лінії β , працює в умовах плоскої деформації, що призводить до наступних співвідношень, які пов'язані з деформацією серединної поверхні ε_2 , параметр зміни кривизни ae_2 , кут повороту нормалі ϑ_2 з переміщеннями:

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \frac{1}{B} \frac{dv}{d\beta} + \frac{\omega}{R_2}; \quad ae_2 = \frac{1}{B} \frac{du}{d\beta}; \\ \vartheta_2 &= -\frac{1}{B} \frac{d\omega}{d\beta} + \frac{v}{R_2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Співвідношення пружності в цьому випадку мають наступний вигляд:

$$T_1 = \frac{Eh}{1 - v^2} v \varepsilon_2; T_2 = \frac{Eh}{1 - v^2} v \varepsilon_2; M_1 = v D a e_2; M_2 = D a e_2. \quad (23)$$

Беручи до уваги, що

$$T_1 = v T_2; M_1 = v M_2; \varepsilon_2 = \frac{(1 - v^2)}{Eh} T_2; a e_2 = \frac{M_2}{D}. \quad (24)$$

Рівняння рівноваги виразимо у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{1}{B} \frac{dQ_2}{d\beta} - \frac{T_2}{R_2} + q_3 &= 0; \\ \frac{dT_2}{d\beta} + \frac{B}{R_2} Q_2 + B q_2 &= 0; \\ \frac{1}{B} \frac{dM_2}{d\beta} - Q_2 &= 0. \end{aligned} \quad (25)$$

де Q_2 – перерізуючі зусилля; q_2 і q_3 – компоненти вектора інтенсивності зовнішнього навантаження [13].

Вводячи позначення $T_2 = T, M_2 = M, Q_2 = Q', v_2 = v, R_2 = R$ із (23-25) отримаємо наступну систему звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{d\beta} &= -\frac{B}{R} \omega + \frac{(1 - v^2)}{Eh} T; \\ \frac{d\omega}{d\beta} &= -Bv + \frac{B}{R} v; \\ \frac{dv}{d\beta} &= \frac{B}{D} M, \frac{dT}{d\beta} = -\frac{B}{R} Q - Bq_2; \\ \frac{dQ}{d\beta} &= \frac{B}{R} T - Bq_3, \frac{dM}{d\beta} = BQ. \end{aligned} \quad (26)$$

Система диференціальних рівнянь (26) має шостий порядок, і для її вирішення необхідно задати шість граничних умов (по три на кожному краю) [3].

Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл. Для виконання дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл була побудована скінчено-елементна модель з пластинчастих скінчених елементах *plate* в кількості 1920 штук та вузлів 2009 штук. Вздовж осі y по двом краям оболонки, в кожному із вузлів задано жорстке защемлення, що пов'язує оболонку мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл з диском землі. Задано зовнішнє навантаження, яке складається з комбінації температурного і статичного, при їх комбінації, утворює термосилове навантаження. Розрахункова модель зображена на рис. 1.

Перед процесом дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації виконується налаштування цільової функції ваги і переміщення. Змінні проектування є товщиною оболонки від 1 до 100 мм. Обмеження виражені напруження по Мізесу 260 МПа. Після виконання розрахунку параметричної оптимізації маємо значення напружень на рис. 2, переміщень на рис. 3 та розподіл товщини на рис. 4, а також графік зміни цільових функцій на рис. 5.

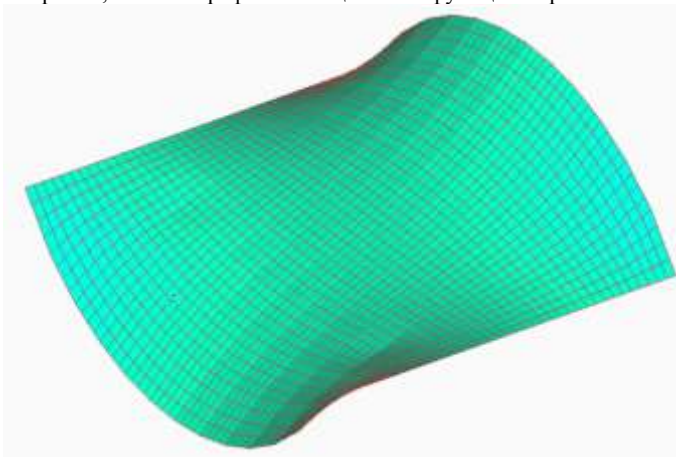


Рис. 1. Скінчено-елементна модель оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл

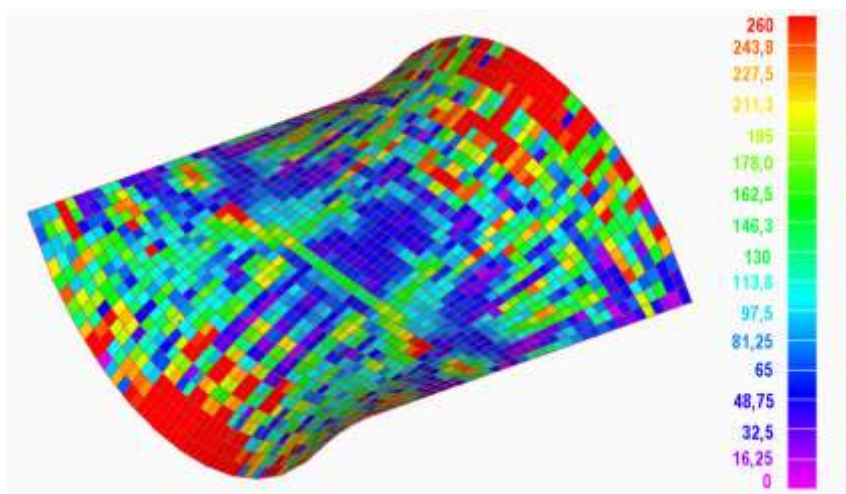


Рис. 2. Напруження по Мізесу оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

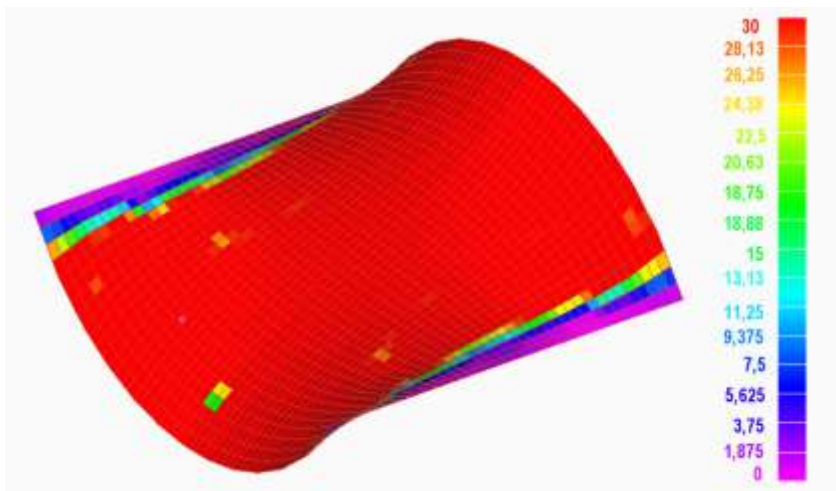


Рис. 3. Переміщення оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

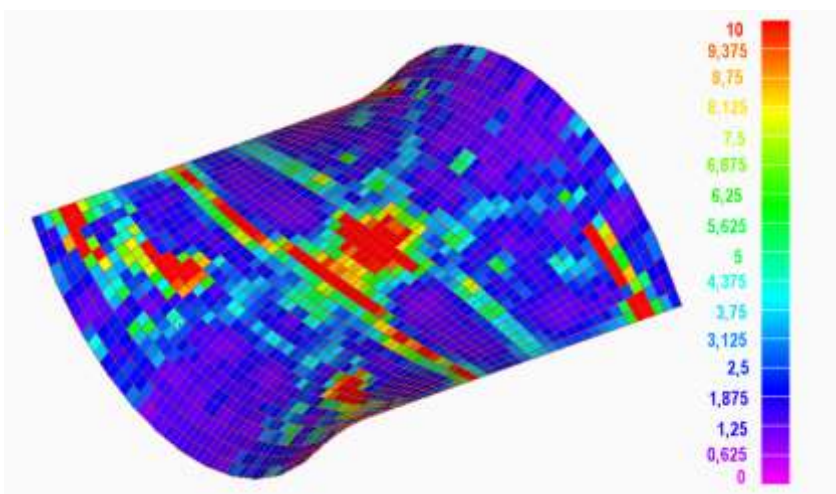


Рис. 4. Розподіл товщини оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

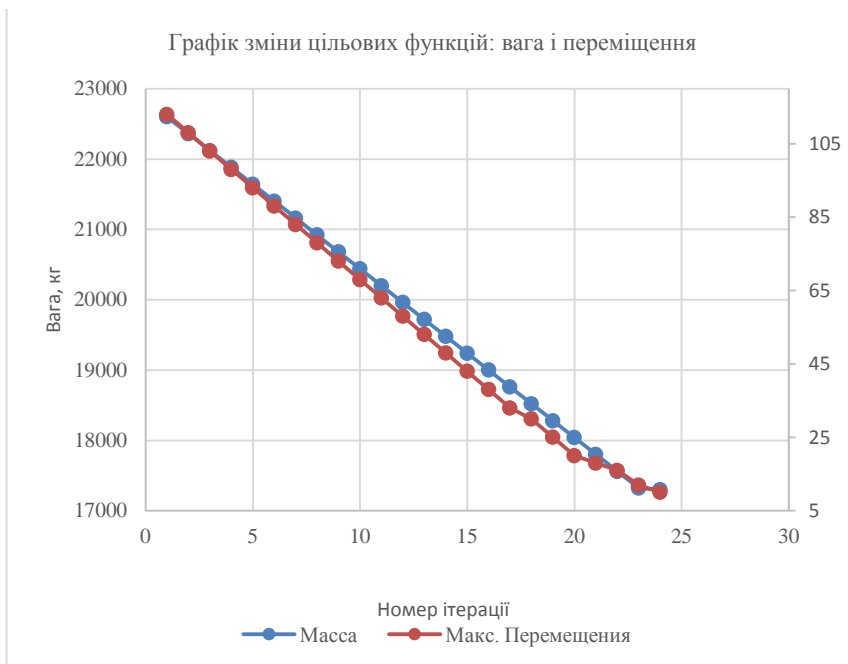


Рис. 5. Розподіл товщини оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

Результати чисельного дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл. За допомогою багатокритеріальної параметричної оптимізації вдалося зменшити вагу оболонки на 23,5%, що становить 17300 кг листової сталі, та за допомогою перерозподілу товщини переміщення зменшилися у 5.3 рази і становлять 10 мм рис. 5. Напруження по Мізесу відповідають обмеженню 260 МПа рис. 2. Слід зазначити теоретичний оптимум цільових функцій, в точці пересікання двох цільових функцій виконаний на відмітці 260 МПа, що становить обмеження, можемо зробити висновок, не дивлячись, що дві цільові функції конфліктують, в точці оптимуму, при даній постановці задачі вони працюють досить ефективно.

Розроблена методика авторів показує досить гарні результати, які збігаються з роботами інших авторів і дає можливість використовувати для одного об'єкта дослідження два види оптимізації одночасно. Першим етапом – оптимізація форми, другим етап – багатокритеріальна параметрична оптимізація.

Дана методика дає можливість процеси оптимізації виконувати в автоматизованому режимі, що є важливою прикладною задачею для будівельної і прикладної механіки.

Список літератури:

1. Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Донецк: Вища шк. Главное Изд-во, 1985. 134 с.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.
3. Ігнатишин М.І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево: РВВ МДУ, 2017. 172 с.
4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65
5. Perelmuter A., Yurchenko V. Parametric optimization of steel shell towers of High-Power wind turbines. *Procedia Engineering*. 2013. Issue 57. P. 895-905
6. Perelmuter A., Yurchenko V., Peleshko I. Cross-Section Size Optimization of Cold-Formed Steel Lipped Channel Structural Members Subjected to Axial Compression. *Civil and Environmental Engineering*. 2022. Issue 18(2). P. 472-481
7. Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Searching for a compromise solution in cross-section size optimization problems of cold-formed steel structural members. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 72-92. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.72-92
8. Peleshko I., Yurchenko V. Optimization of cross-section dimensions of structural members made of cold-formed profiles using. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2022, Vol. 119, Issue 7. P. 84-95.
9. Yurchenko V., Peleshko I. Optimal numbers of the redundant members for introducing initial pre-stressing forces into steel bar structures. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2021. Вип. 106. С. 68-91. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.68-91
10. Yurchenko V.V. Searching for shear forces flows in arbitrary cross-sections of thin-walled bars: numerical algorithm and software implementation. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2019. Вип. 103. С. 82–111. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.103.82-111
11. Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Parametric optimization of steel lattice portal frame with CHS structural members. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2021. Вип. 107. С. 45-74. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.45-74
12. Perelmuter A.V., Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Optimization of cross-sectional dimensions for cold-formed steel lipped channel columns. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 108. С. 156-170. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.156-170
13. Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2020. Вип. 105. С. 192-220. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220
14. Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. М.: Наука, 2006. 544 с.

References:

1. Herasymov, E.N., Pochtman, YU.M., Skalozub, V.V. (1985). *Mnohokryteryal'naya optymyzatsyya konstruksyy*. (Multicriteria optimization of structures). Donetsk: Vyshcha shk. Hlavnoe Yzd-vo. 134 s.
2. Hyll, F., Murrrey, U., Rayt, M. (1985). *Praktycheskaya optymyzatsyya* (Practical optimization). М.: Myr. 509 s.

3. Ihnatyshyn, M.I. 920170. Mekhaniko-matematychnе modelyuvannya elementiv mostovykh konstruktсий (opora, balka, plyta). (Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab)): monohrafiya. Mukachevo: RVV MDU. 172 s.
4. Ivanchenko, G.M., Kosheviy, O.O., Kosheviy, O.P. (2022). Numerial implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermforce loading. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 109. P. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65
5. Perelmuter, A., Yurchenko, V. (2013). Parametric optimization of steel shell towers of High-Power wind turbines. *Procedia Engineering*. Issue 57. P. 895-905.
6. Perelmuter, A., Yurchenko, V., Peleshko, I. (2022). Cross-Section Size Optimization of Cold-Formed Steel Lipped Channel Structural Members Subjected to Axial Compression. *Civil and Environmental Engineering*. Issue 18(2). P. 472-481.
7. Yurchenko, V.V., Peleshko, I.D. (2022). Searching for a compromise solution in cross-section size optimization problems of cold-formed steel structural members. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 109. P. 72-92. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.72-92
8. Peleshko, I., Yurchenko, V. (2022). Optimization of cross-section dimensions of structural members made of cold-formed profiles using. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Vol. 119, Issue 7. P. 84-95.
9. Yurchenko, V.V., Peleshko, I. (2021). Optimal numbers of the redundant members for introducing initial pre-stressing forces into steel bar structures. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 106. P. 68- 91. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.68-91
10. Yurchenko, V.V. (2019). Searching for shear forces flows in arbitrary cross-sections of thin-walled bars: numerical algorithm and software implementation. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 103. P. 82– 111. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.103.82-111
11. Yurchenko, V.V., Peleshko, I.D. (2021). Parametric optimization of steel lattice portal frame with CHS structural members. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 107. P. 45-74. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.45-74
12. Perelmuter, A.V., Yurchenko, V.V., Peleshko, I.D. (2022). Optimization of cross-sectional dimensions for cold-formed steel lipped channel columns. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 108. P. 156-170. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.156-170
13. Yurchenko, V.V., Peleshko, I.D. (2020). Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 105. P. 192-220. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220
14. Kryvoshapko, S.V., Yvanov, V.N., Khalaby, S.M. (2006). Analytycheskye poverkhnosty: materyaly po heometryy 500 poverkhnostey y ynformatsyya k raschetu na prochnost' tonkykh obolochek. (Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells). M.: Nauka. 544 s.

O.O. Kosheviy

Multi-criteria parametric optimisation of the displacement and weight of the shell of a minimal surface with a rectangular plan consisting of two straight lines and two semicircles under thermal and power loading

The solution of multi-criteria parametric optimization, where several objective functions are used simultaneously and automatically, is an interesting task for applied and structural mechanics. Modern parametric optimization is performed, because of calculation complexes with additional modules that are programmed in modern programming languages and provide new opportunities for managing calculation methods for spatial structures.

The envelopes of minimal surfaces are very interesting objects of study for optimal design in general and for research in structural and applied mechanics. A minimal surface is a surface in which the median curvature is zero at all points, and thus a minimal surface is a surface of negative Gaussian curvature.

The optimal design of spatial structures is carried out in the main directions, primarily as the main calculations are performed for two groups of boundary states: strength, stability, vibrations, weight, and volume. These are the main objective functions that make it possible to optimize the main characteristics of the structure under static and dynamic external loads when studying the stress-strain state.

Parametric optimization is understood as the process of achieving an extreme goal under the assumption of stationarity of the extreme characteristic of the optimization object in the plane of the minimum surface envelope, which is limited by its geometry and input and output parameters. In this case, the optimization object can either actually exist or be a mathematical model. Methods and algorithms of parametric optimization play an important role in the general mathematical method of design calculation.

A multi-criteria parametric optimizations was used to reduce the weight of the shell. The Mises stresses meet the limit of 260 MPa. It should be noted that the theoretical optimum of the objective functions at the point of intersection of the two objective functions is 260 MPa, which is a limitation, we can conclude that despite the fact that the two objective functions conflict, at the point of optimum, they work quite effectively in this problem statement.

Keywords: *optimization, parametric optimization, multi-criteria parametric optimization, shape optimization, displacement, minimum surface shell, objective function, structure weight, design variables, constraints, shell thickness.*

Посилання на статтю:

АРА: Kosheviy, O.O. (2023). Multi-criteria parametric optimisation of the displacement and weight of the shell of a minimal surface with a rectangular plan consisting of two straight lines and two semicircles under thermal and power loading. *Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn*, 52(1), 41-54.

ДСТУ: Кошевий О.О. Багатокритеріальна параметрична оптимізація переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2023. № 52(1). С. 41-54.