DOI: https://doi.org/10.32347/2707-501x.2024.53(1).39-48

УДК 539.3

Г.М. Іванченко,
докт. техн. наук, професор
ORCID: 0000-0003-1172-2845
О.О. Кошевий,
доктор філософії (Ph.D.), доцент
ORCID: 0000-0002-1903-2905
Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА КРУГЛОМУ ПЛАНІ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В області розрахунку тонких пружних оболонок в даний час досягнуто великих успіхів як і в галузі математичної теорії, яка на основі гіпотези Кіргофа-Лява в теорії поверхонь займається побудовою різних форм важливих розрахункових рівнянь і розробкою точних методів їх вирішення, так і в області будівельної і прикладної механіки, яка основана на вказаних початкових параметрів і прийнятих додаткових робочих гіпотез, які зумовлені експериментальними даними, і які займаються спрощенням розрахункових схем і методами їх вирішенням, які будуть зручні для інженерного розрахунку.

Геометрична нелінійність рівнянь досягається врахуванням квадратичного члена у виразах компонента тензора мембранних деформацій і змін в процесі деформованих форм серединної поверхні оболонки. Побудова рішення системи нелінійних рівнянь виконується ітераційним методом продовженню рішенню по параметру з врахуванням метода Ньютона-Канторовича.

При експлуатації тонких оболонок, вони можуть знаходитися у важких умовах – під впливом різних температурних і силових навантажень. Великі неоднорідні температурні поля здійснюють вплив на механічні властивості матеріалу та можуть визивати великі деформації і можуть стати самим визначальним фактором, який впливає на міцність і несучу здатність оболонки загалом.

Геометрично нелінійні задачі використовують в основному для формулювання задач стійкості конструкції. В більшості випадків проблему стійкості вдається вирішити, якщо звести її до лінійної постановки при власних коливаннях.

Геометрично нелінійні називають задачі теорії пружності в яких враховується нелінійність в залежності від деформацій і переміщень, в той час як напруження і деформації пов'язані лінійно. Врахування нелінійних складових деформацій необхідно для розрахунку гнучких тонкостінних конструкцій.

При чисельному експерименті власні значення коефіцієнту запасу стійкості дорівнює 1.013 – це означає, що запас по міцності і стійкості в оболонці відсутній, і ми можемо далі використовувати ці результати для багатокритеріальної параметричної оптимізації, а результати дослідження підтверджені методикою авторів для об'єктів де врахована оптимізація геометрії оболонок.

Ключові слова: стійкість оболонки, багатокритеріальна параметрична оптимізація, оболонка мінімальної поверхні, розрахунок стійкості оболонки,

геометрична нелінійність, нелінійність, термічні навантаження, силові навантаження, статичні навантаження, термосилові навантаження.

Вступ. В області розрахунку тонких пружних оболонок в даний час досягнуто великих успіхів як і в галузі математичної теорії, яка на основі гіпотези Кіргофа-Лява в теорії поверхонь займається побудовою різних форм важливих розрахункових рівнянь і розробкою точних методів їх вирішення, так і в області будівельної і прикладної механіки, яка основана на вказаних початкових параметрів і прийнятих додаткових робочих гіпотез, які зумовлені експериментальними даними, і які займаються спрощенням розрахункових схем і методами їх вирішенням, які будуть зручні для інженерного розрахунку.

Оболонки, які застосовуються в реальних конструкціях і спроектовані на основі розрахунку з геометричної точки зору, відносяться до обмеженому числа поверхонь: циліндричних, конічних, сферичних, тороїдальних, прямого переносу і деяких інших. Оболонки, які мають більше складну форму, будують на основі чисельних і натурних експериментів.

У постановці задачі до розрахунку оболонок існує певна обмеженість з точки зорі різності геометричних фігур, яка розглядається у вигляді оболонки. Досить невелика кількість в плані контурів геометричних фігур, які розташовані в різних рівнях, що підходять для оболонок.

Під час розрахунку оболонок, які окреслені складними поверхнями, знаходження ліній кривизни і вираженням квадратичних форм I і II порядку через координати є доволі складною задачею для побудови розрахункової схеми і простіше виконувати розрахунок в одномірній системі. Особливо це стосується класичних оболонок мінімальних поверхонь і які сформовані на контурах.

Система розрахункових рівнянь в неортогональній криволінійних координат базується на декартовій системі координат. В якості вихідних співвідношень прийняті рівняння класичної теорії тонких оболонок обертання в інваріантній формі. Геометрична нелінійність рівнянь досягається врахуванням квадратичного члена у виразах компонента тензора мембранних деформацій і змін в процесі деформованих форм серединної поверхні оболонки. Побудова рішення системи нелінійних рівнянь виконується ітераційним методом продовженню рішенню по параметру з врахуванням метода Ньютона-Канторовича.

При експлуатації тонких оболонок, вони можуть знаходитися у важких умовах – під впливом різних температурних і силових навантажень. Аналіз температурних напружень і деформацій для тонких оболонок має важливе значення, так як від інтенсивності дії залежить: міцність, термічна втома, термічні деформації та інші аналогічні впливи. Великі неоднорідні температурні поля здійснюють вплив на механічні властивості матеріалу та можуть визивати великі деформації і можуть стати самим визначальним фактором, який впливає на міцність і несучу здатність оболонки загалом.

При нагріві тонкої оболонки температурні напруження, які досягли свого критичного значення, можуть привести до руйнування оболонки. Тому необхідно враховувати температурного впливу на стійкість оболонки.

Важливим елементом розробки для дослідження оболонок мінімальних поверхонь є визначення чисельних методик стійкості з врахуванням дії температурного навантаження. Дослідження втрати стійкості при цьому з урахуванням сумісної дії температурного і силового навантаження.

Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні з урахуванням геометричної нелінійності проводиться на основі методу скінченних елементів. В сучасному розвитку методу скінченних елементів має важливе значення питання теоретичної обґрунтованості для вирішення питань **параметричної оптимізації розрахунку стійкості оболонок мінімальних поверхонь.** Відомо, що при згущенні скінчено-елементної сітки відбувається уточнення отриманого результату. В дійсності така збіжність наближеного рішення до точного має місце лише при використанні такого скінченного елемента, який би задовольняв всі вимоги. Варіаційне трактування методу скінченних елементів дає можливість не тільки встановити ці вимоги, але і оцінити швидкість збіжності рішення до точного. При наявності великої швидкості збіжності можна отримати задовільний результат вже при досить рідкої сітки скінчених елементів.

В теоретичному аналізі зручніше всього робити висновки про збіжність по величині повній енергії системи. Якщо вона буде прагнути до свого точного значення в кожній точці тіла. Відомо [11], що збіжність деформації до точних значень буде забезпечена, якщо всі компоненти вектора переміщень представлені як поліноми, по крайній мірі першого порядку. Ця вимога є мінімальною вимогою, яка необхідна для збіжності скінчено-елементного рішення до точного у випадку сумісних скінчених елементів. Ця вимога називається умовою повноти скінченного елемента. Задоволенням умови повноти і збіжності забезпечується при згущенні сітки монотонну збіжність скінчено-елементного рішення до точної по енергії.

Теоретичні відомості розрахунку стійкості тонких оболонок з урахуванням геометричної нелінійності. Важливе питання проблем будівельної і прикладної механіки становлять **задачі геометричної нелінійності**. Нілійнійність диференціальних рівнянь не допомагає застосовувати аналітичні підходи, що обумовлює необхідність використання чисельних методів таких як метод скінченних елементів (МСЕ). Для даних задач метод скінчених елементів досліджений в задачах ізотропних тіл.

Геометрично нелінійні задачі використовують в основному для формулювання задач стійкості конструкції. В більшості випадків проблему стійкості вдається вирішити, якщо звести її до лінійної постановки при власних коливаннях.

Геометрично нелінійні називають задачі теорії пружності в яких враховується нелінійність в залежності від деформацій і переміщень, в той час як напруження і деформації пов’язані лінійно. Врахування нелінійних складових деформацій необхідно для розрахунку гнучких тонкостінних конструкцій.

Деформації тіла представлені:

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}. \tag{1}$$

які пов’язані з переміщеннями наступним чином:

$$\bar{\varepsilon} = R\vec{u}, \quad \tilde{\gamma}_{ij} = 2\tilde{\varepsilon}_{ij}. \tag{2}$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\frac{\partial \overrightarrow{u^T}}{\partial x_i}\frac{\partial \overrightarrow{u}}{\partial x_j}. \tag{3}$$

При дії об'ємних сил $\vec{F}$ і розповсюджених по поверхні тіла S_2 зусиль $\overrightarrow{p^*}$ в тілі виникають напруження $\sigma^T = \{\sigma_x\sigma_y\sigma_z\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx}\}$, які пов'язані з деформаціями пружного тіла узагальненим законом Гука:

$$\sigma = D\varepsilon = D\bar{\varepsilon} + D\tilde{\varepsilon}. \tag{4}$$

Потенційне енергія тіла включає роботу зовнішніх сил і енергію деформації:

$$\Pi_L(\vec{u}) = \frac{1}{2}\int\limits_V \sigma^T\varepsilon dV - \int\limits_V \overrightarrow{u^T}\vec{F}dV - \int\limits_{S_2} \vec{u}\overrightarrow{p^*}dS =$$

$$= \frac{1}{2}\int\limits_V \sigma^T\bar{\varepsilon}dV + \frac{1}{2}\int\limits_V \sigma^T\tilde{\varepsilon}dV - \int\limits_V \overrightarrow{u^T}\vec{F} - \int\limits_{S_2} \vec{u}\overrightarrow{p^*}dS. \tag{5}$$

Згідно варіаційного принципу Лагранжа серед всіх допустимих переміщень тіла, які реалізовані і які приводять потенційну енергію (5) до мінімального значення.

Розіб'ємо тіло на множену скінченних елементів і розглянемо один із них об'ємом V. Переміщення, деформації і напруження будемо апроксимувати наступним чином:

$$\vec{u} = N_1\overrightarrow{u_1} + \cdots + N_m\overrightarrow{u_m} = N\{u\},$$

$$\bar{\varepsilon} = R\vec{u} = B_1\overrightarrow{u_1} + \cdots + B_m\overrightarrow{u_m} = B\{u\},$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\{u\}^T\frac{\partial N^T}{\partial x_i}\frac{\partial N}{\partial x_j}\{u\} = \frac{1}{2}\{u\}^T G_{ij}\{u\},$$

$$\sigma = D(B_1u_1 + \cdots + B_mu_m + \tilde{\varepsilon}) = D(B\{u\} + \tilde{\varepsilon}) \tag{6}$$

де N_j – Базисні функції скінченого елемента $\overrightarrow{u_i}$ – вектора вузлових переміщень і-го вузла N (3x3m), B (6x3m) – матриці базисних функцій і деформацій G_{ij} (3m x 3m) – матриці нелінійних деформацій, конкретні вирази для яких будуть приведені нижче. Після постановки останніх виразів функціонал (5) перетворюється у функцію вузлових переміщень, який має наступний вигляд:

$$\Pi_L(\{u\}) = \frac{1}{2}\{u\}^T\int\limits_V B^TDBdV\,\{u\} + \{u\}^T\int\limits_V B^TD\tilde{\varepsilon}dV +$$

$$+\frac{1}{2}\int\limits_V \tilde{\varepsilon}^TD\tilde{\varepsilon}dV - \{u\}^T\int\limits_V N^T\vec{F}\,dV - \{u\}^T\int\limits_{S_s} N^T\overrightarrow{p^*}\,dS =$$

$$\frac{1}{2}\{u\}^T K\{u\} - \{u\}^T\{Q\} + \{u\}^T \int_V B^T D\tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2}\int_V \tilde{\varepsilon}^T D\tilde{\varepsilon} dV. \quad (7)$$

де K (3m x 3m) – матриця жорсткості скінченного елемента; $\{Q\}$ (3m x 1) – вектор вузлових навантажень. Вирішуючи рівняння для одного скінченного елемента визначається з умов мінімуму цієї функції, яке приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\frac{\partial \Pi_L}{\partial\{u\}} = K\{u\} - \{Q\} + \{\tilde{Q}(\{u\})\} = 0. \quad (8)$$

Вектор додаткових вузлових сил $\tilde{Q}$, обумовлений врахуванням нелінійних деформацій і нелійнійно залежних від вузлових переміщень, має наступний вигляд:

$$\{\tilde{Q}(\{u\})\} = \frac{\partial}{\partial\{u\}}\left(\{u\}^T \int_V B^T D\tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2}\int_V \tilde{\varepsilon}^T D\tilde{\varepsilon} dV\right) =$$

$$= \int_V B^T D\tilde{\varepsilon} dV + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial\{u\}} DBdV\{u\} + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial\{u\}} D\tilde{\varepsilon} dV. \quad (9)$$

Об’єднання системи рівнянь (8) для множини скінченних елементів приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь для повної скінчено-елементної моделі тіла:

$$[K][U] = [Q] - [\tilde{Q}([U])]. \quad (10)$$

Для вирішення цієї нелінійної системи можна використати метод послідовного завантаження, який зводиться до наступного алгоритму.

Крок 1. Будується матриця жорсткості K і вектор вузлових сил Q. Враховуємо, що i=0, $\tilde{Q} = 0$ із вирішення лінійної системи знаходимо вузлові переміщення U_0.

Крок 2. i=i+1. На i-й ітерації використовуючи (10), вираховуємо $\tilde{Q}_i$ і його суму з Q: $P_i = \tilde{Q}_i + Q$.

Крок 3. Вирішується система лінійних рівнянь

$$KU_i = P_i. \quad (11)$$

Крок 4. Перевірка умови збіжності ітераційного процесу де ε – мале число та U_i – максимальний по модулю вектор. Якщо збіжність не досягнута, то остання умова не виконується, то виконується перехід до *кроку 2*, в противному випадку до *кроку 5*.

Крок 5. Виконується обчислення деформацій і напружень кожного скінченного елемента на основі вектора U_i, який є наближеним вирішенням нелінійної системи (10).

В загальному підсумку, вирішення нелінійної системи зводиться до вирішенню послідовності лінійних систем. Відмітимо, що при послідовних ітераціях змінюється лише права частина системи рівнянь, що дозволяє факторизувати матрицю жорсткості тільки один раз.

Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на круглому плані, яка складається з двох напівеліпсів з урахуванням геометричної нелінійності. Дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності відбувається у програмному комплексі Femap with Nastran за рахунок ітераційного завантаження. На рис. 1 зображена скінчено-елементна модель. Скінченні елементи **plate** – 2000 шт. Вузлів 2037 – штук. З'єднання з диском землі – жорстке защемлення. Матеріал сталь С275. Товщина оболонки 55 мм.

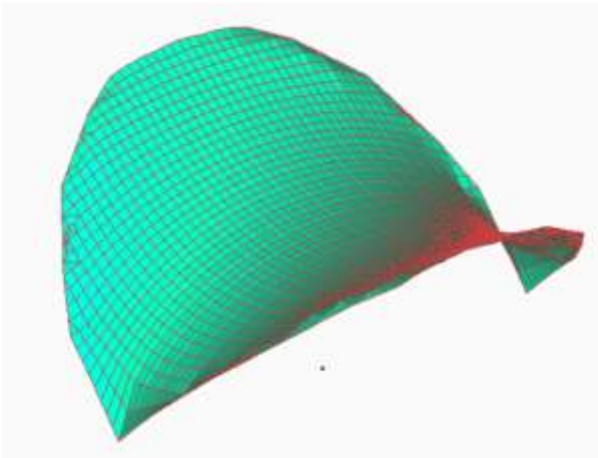

Рис. 1. Скінчено-елементна модель

Результати чисельного дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на круглому плані з урахуванням геометричної нелінійності. При дослідженні стійкості оболонки мінімальної поверхні, яка складається з двох напівеліпсів з урахування геометричної нелінійності отримали нові результати. Дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності, а саме ітераційне завантаження, дає можливість ефективно використовувати матеріал. Максимальні напруження становлять 240 МПа (рис. 2), максимальні переміщення 31 мм (рис. 3). Власні значення коефіцієнту запасу дорівнює 1.013 – це означає, що запас по міцності і стійкості в оболонці відсутній, і ми можемо далі використовувати ці результати для багатокритеріальної параметричної оптимізації, а результати дослідження підтверджені методикою авторів для об'єктів де врахована оптимізація геометрії оболонок.

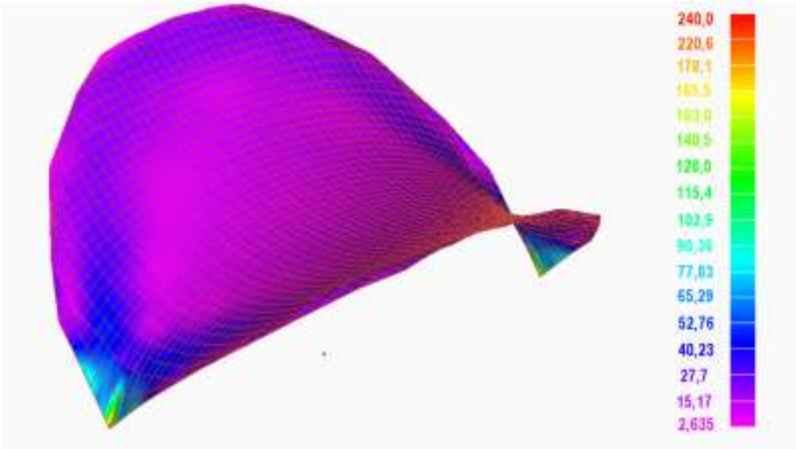

Рис. 2. Максимальні напруження по Мізесу при стійкості з урахування геометричної нелінійності

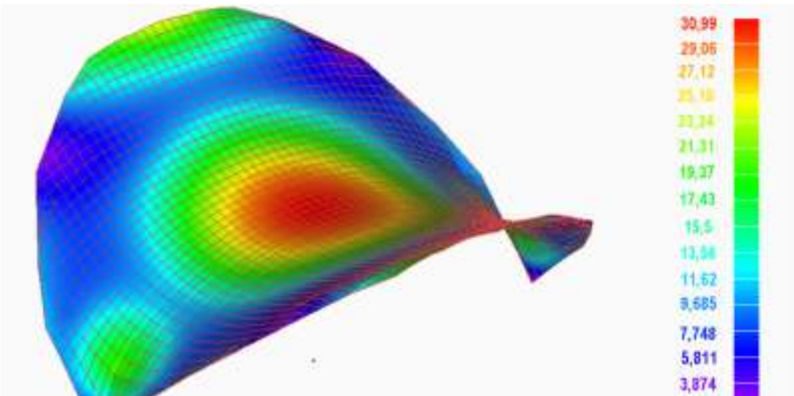

Рис. 3. Максимальні переміщення при стійкості з урахування геометричної нелінійності

Список літератури:

1. Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Київ: Вища школа, 1985. 134 с.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.
3. Ігнатишин М.І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево: РВВ МДУ, 2017. 172 с.

4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65

5. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2023. Вип. 110. С. 430-446. DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.430-446

6. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Жупаненко І.В. Оптимальне проектування вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, яка складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2023. № 51. С. 218-233. DOI:10.32347/2707-501x.2023.51(1).218-233

7. Yurchenko V., Peleshko I. Searching for a compromise solution in cross-section size optimization problems of cold-formed steel structural members. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 72-92. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.72-92

8. Peleshko I., Yurchemko V. Optimization of cross-section dimensions of structural members made of cold-formed profiles using. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.* 2022, Vol. 119, Issue 7, p. 84-95. DOI: 10.15587/1729-4061.2022.261037

9. Yurchemko V., Peleshko I. Optimal numbers of the redundant members for introducing initial pre-stressing forces into steel bar structures. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2021. Вип. 106. С. 68-91. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.68-91

10. Yurchenko V. Searching for shear forces flows in arbitrary cross-sections of thin-walled bars: numerical algorithm and software implementation. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2019. Вип. 103. С. 82–111.

11. Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Parametric optimization of steel lattice portal frame with chs structural members. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2021. Вип. 107. С. 45-74. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.45-74

12. Perelmuter A., Yurchenko V., Peleshko I. Optimization of cross-sectional dimensions for cold-formed steel lipped channel columns. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 108. С. 156-170. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.156-170

13. Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2020. Вип. 105. С. 192-220. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220

14. Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. М.: Наука, 2006. 544 с.

References:

1. Herasymov, E., Pochtman Yu., & Skalozub V. (1985). Mnohokryteryal′naya optymyzatsyya konstruktsyy. (*Multicriteria optimization of structures*). Kyiv: Vyshcha shkola. 134 s.

2. Hyll, F., Myurrey, U., Rayt, M. (1985). Praktycheskaya optymyzatsyya (*Practical optimization*). M.: Myr. 509 s.

3. Ihnatyshyn, M.I. (2017). Mekhaniko-matematychne modelyuvannya elementiv mostovykh konstruktsiy (opora, balka, plyta). (*Mechanical and mathematical modeling*

of elements of bridge structures (support, beam, slab)): monohrafiya. Mukachevo: RVV MDU. 172 s.

4. Ivanchenko, G., Kosheviy, O., & Koshevyi, O. (2022). Numerial implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermforce loading. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 109. P. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65

5. Ivanchenko, H., Koshevyi, O., Koshevyi, O., & Grigoryeva, L. (2023). Numerical study of the parametric optimization of the forced oscillation frequencies of the shell of a minimal surface on a trapezoidal contour under thermal and power loading. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 110. P. 430-446. DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.430-446

6. Ivanchenko, G., Kosheviy, O., & Zhupanenko, I. (2023). Optimal design of the forced oscillation frequencies of the minimum surface shell on a circular contour consisting of two inclined ellipses under thermal and power loading. *Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn*, 51, 218–233. DOI:10.32347/2707-501x.2023.51(1).218-233

7. Yurchenko, V., & Peleshko, I. (2022). Searching for a compromise solution in cross-section size optimization problems of cold-formed steel structural members. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 109. P. 72-92. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.72-92

8. Peleshko, I., & Yurchemko, V. (2022). Optimization of cross-section dimensions of structural members made of cold-formed profiles using. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Vol. 119, Issue 7, p. 84-95. DOI: 10.15587/1729-4061.2022.261037

9. Yurchemko, V., & Peleshko, I. (2021). Optimal numbers of the redundant members for introducing initial pre-stressing forces into steel bar structures. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 106. P. 68-91. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.68-91

10. Yurchenko, V. (2019). Searching for shear forces flows in arbitrary cross-sections of thin-walled bars: numerical algorithm and software implementation. Strength of Materials and Theory of Structures. Issue 103. P. 82– 111. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.103.82-111

11. Yurchenko, V., & Peleshko, I. (2021). Parametric optimization of steel lattice portal frame with chs structural members. *Strength of Materials and Theory of Structures.* Issue 107. P. 45-74. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.45-74

12. Perelmuter, A., Yurchenko, V., & Peleshko, I. (2022). Optimization of cross-sectional dimensions for cold-formed steel lipped channel columns. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 108. P. 156-170. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.156-170

13. Yurchenko, V., Peleshko, I. (2020). Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 105. P. 192-220. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220

14. Kryvoshapko, S., Yvanov, V., Khalaby, S. (2006). Analiticheskiye poverkhnosti: materialy po geometrii 500 poverkhnostey i informatsiya k raschetu na prochnost' tonkikh obolochek. (*Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells*). M.: Nauka. 544 s.

H.M. Ivanchenko*, *O.O. Kosheviy

Numerical study of the stability of a shell of minimal surface on a circular plan with regard to geometric nonlinearity under thermal and power loading

Great progress has been made in the field of thin elastic shells calculation, both in the field of mathematical theory, which, based on the Kirchoff-Love hypothesis in surface theory, is engaged in the construction of various forms of important design equations and the development of accurate methods for their solution, and in the field of structural and applied mechanics, which is based on the specified initial parameters and accepted additional working hypotheses, which are determined by experimental data, and which deals with simplification of calculation schemes and methods of their solution, which will be convenient for engineering calculations.

The geometric nonlinearity of the equations is achieved by taking into account the quadratic term in the expressions of the component of the membrane deformation tensor and changes in the deformed shape of the middle surface of the shell. The solution of the system of nonlinear equations is constructed by the iterative method of continuation of the solution in the parameter, taking into account the Newton-Kantorovich method.

When operating thin shells, they can be subjected to harsh conditions - under the influence of various temperature and force loads. Large, inhomogeneous temperature fields affect the mechanical properties of the material and can cause large deformations, and can be the most determining factor affecting the strength and load-bearing capacity of the shell as a whole.

Geometrically nonlinear problems are mainly used to formulate structural stability problems. In most cases, the stability problem can be solved by reducing it to a linear formulation under natural oscillations.

Geometrically nonlinear problems are problems of elasticity theory in which nonlinearity in the dependence of strains and displacements is taken into account, while stresses and strains are related linearly. Taking into account nonlinear components of deformations is necessary for the calculation of flexible thin-walled structures.

In the numerical experiment, the eigenvalues of the stability factor are equal to 1.013, which means that there is no margin of safety and stability in the shell, and we can further use these results for multicriteria parametric optimization, and the results of the study are confirmed by the authors' methodology for objects where optimization of the shell geometry is taken into account.

Keywords: shell stability, multicriteria parametric optimization, minimum surface shell, calculation of shell stability, geometric nonlinearity, nonlinearity, thermal loads, power loads, static loads, thermal and power loads.