DOI: https://doi.org/10.32347/2707-501x.2024.54(1).34-43

УДК 539.3

Олександр КОШЕВИЙ,
доктор філософії (PhD), доцент
ORCID: 0000-0002-1903-2905
Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

СТІЙКОСТЬ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ПРЯМОКУТНОМУ ПЛАНІ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

При розробці класичної теорії оболонок мінімальних поверхонь вчені орієнтувалися на методи, які потребують максимального спрощення вирішуючих рівнянь і усунення з них величин, які суттєво не впливають на кінцеві результати. Це зменшує клас оболонок мінімальних поверхонь, які досліджуються і виключають із поля зору деякі важливі механічні і фізичні ефекти.

З розвитком розрахункових комплексів виникають нові задачі теорії оболонок, вирішувати які потрібно без залучення допоміжних гіпотез про характер шуканих полів по товщині оболонок мінімальних поверхонь. Це обумовлює розвиток некласичних теорії оболонок, які класифікуються на основі зв’язку різних способів побудови систем рівнянь рівноваги механіки оболонок з методами крайових задач теорії пружності.

При проектуванні оболонок мінімальних поверхонь доводиться стикатися з розрахунками на стійкість оболонок мінімальної поверхні на різному контурі з урахуванням геометричної нелінійності. Маючи невелику масу конструкції, тонкостінна просторова оболонка представляє собою виключно жорстку конструктивну форму.

Геометрично нелінійні називають задачі теорії пружності в яких враховується нелінійність в залежності від деформацій і переміщень, в той час як напруження і деформації пов’язані лінійно. Врахування нелінійних складових деформацій необхідно для розрахунку гнучких тонкостінних конструкцій.

В загальному підсумку, вирішення нелінійної системи зводиться до вирішенню послідовності лінійних систем. Відмітимо, що при послідовних ітераціях змінюється лише права частина системи рівнянь, що дозволяє факторизувати матрицю жорсткості тільки один раз.

Вперше було виконано чисельне дослідження оболонки мінімальної поверхні на прямокутному плані з урахуванням геометричної нелінійності за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ), достовірність отриманих результатів перевірено з теоретичними значеннями, збіжність скінченних елементів на високому рівні, а розміри скінченних елементів вибрані оптимальні по кількості і розмірів. Геометрична нелінійність показує уточнення дійсних напружень і переміщень від лінійного розрахунку на 9%, що є гарною економією матеріалів і точністю розрахунку.

Ключові слова: стійкість оболонки, багатокритеріальна параметрична оптимізація, оболонка мінімальної поверхні, розрахунок стійкості оболонки, геометрична нелінійність, нелінійність, термічні навантаження, силові навантаження, статичні навантаження, термосилові навантаження.

Вступ. При аналізі стійкості стану рівноваги механічної системи, як правило, намагаються визначити межі зміни параметрів навантаження, при якому система має єдину форму рівноваги. Ейлер, досліджуючи поздовжній згин стержня, вказав шлях пошуку цих меж на основі переходу до задачі Штурма-Ліувіля.

Спроби використати лінеаризацію для вирішення задач стійкості оболонок мінімальних поверхонь часто бувають невдалими, так як звичайний принцип лінеаризації дає хибне представлення про критичні навантаження і форми. Треба використовувати лінеаризацію в околицях заздалегідь невідомого рішення, або взагалі відмовитися від лінеаризації і перейти до дослідженню рівнянь глобальної нелінійної рівноваги, які описують деформацію оболонок мінімальних поверхонь. Ці співвідношення представляють собою складну систему рівнянь частинних похідних, яка має параметри навантаження λ. Проблема зводиться до дослідження спектра деякої нелінійної краєвої задачі.

Як правило, це дослідження не вдається провести вдало. Великі труднощі випливають і при спробі вирішення цієї проблеми наближеними методами. Це визвано тим, що серединна поверхня оболонки мінімальної поверхні при втраті стійкості приймає форму, яка має ділянки плавного і ділянки швидкої зміни рельєфу. Тоді, в цьому випадку, форму серединної поверхні оболонки мінімальної поверхні дуже складно наближувати простими апроксимуючими функціями, тоді задача ускладнюється. Труднощі можуть збільшуватися, ще за рахунок зміни форми деформованої поверхні при розвитку процесу навантаження, що приводить до необхідності дослідження оболонки мінімальної поверхні як системи з великою кількістю ступенів свободи.

Задачу можна вирішити шляхом переходу до задачі Коші і спільного використання методу скінченного елемента (МСЕ). Класична теорія оболонок заснована на рівняннях теорії пружності і ряду спрощуючи гіпотез, які в даний час досягла великих успіхів. Великий вклад в її розвиток внесли наступні вчені: С.О. Алексієв, В.В. Болотин, В.З. Власов, А.С. Вольмир, О.І. Лурьє, Ю.Н. Работнов, В.А. Баженов, В.І. Гуляєв, Є.О. Гоцуляк, В.В. Гайдайчук, В.К. Чібіряков, П.П. Лізунов, А.Н. Гузь та інші.

При розробці класичної теорії оболонок мінімальних поверхонь вчені орієнтувалися на методи, які потребують максимального спрощення вирішуючих рівнянь і усунення з них величин, які суттєво не впливають на кінцеві результати. Це зменшує клас оболонок мінімальних поверхонь, які досліджуються і виключають із поля зору деякі важливі механічні і фізичні ефекти.

Як підтверджують теоретичні та експериментальні дослідження, класична теорія оболонок дозволяє цілком описувати рівновагу тонких оболонок мінімальних поверхонь при відсутності локальних порушень. Вона також поширюється на нелінійні задачі, в першу чергу, на задачі теорії стійкості. Також це стосується задач динаміки, то спрощена теорія дозволяє без великих похибок визначати лише інтегральні характеристики процесу, а саме характеристики вимушених коливань оболонок мінімальних поверхонь.

З розвитком розрахункових комплексів виникають нові задачі теорії оболонок, вирішувати які потрібно без залучення допоміжних гіпотез про характер шуканих полів по товщині оболонок мінімальних поверхонь. Це обумовлює розвиток некласичних теорії оболонок, які класифікуються на основі зв’язку різних способів побудови систем рівнянь рівноваги механіки оболонок з методами крайових задач теорії пружності.

Сучасні дослідження по некласичній механіки оболонок пов'язані з безпосереднім застосуванням співвідношення теорії пружності, різних варіантів апроксимації, побудови рівнянь теорії оболонок на основі рівнянь теорії пружності у поєднанні з їх аналітичними перетвореннями.

До першої групи відносяться дослідження, які основані на задіянні чисельних методів при рішенні задач про перехідні процеси в товстостінних оболонках.

До другої групи відносяться дослідження, які пов'язані з методами асимптотичного інтегрування. Використання їх до теорії оболонок дало можливість встановити структуру шуканих полів в тонких оболонках і вказати оцінки похибки, які вносяться різними спрощеннями. До цього наукового напрямку можна віднести також теорії, які виключають використання деяких елементів класичної теорії (теорія Тимошенка).

До третьої групи відносяться роботи, які допомагають привести тривимірні крайові задачі теорії пружності до двомірних з оцінкою області використання наближених теорій. В цьому напрямку виділяється метод, оснований на побудові шуканих функцій по зростаючим ступенями координат в тригонометричні ряди, в ряди по полінома Лєжандра.

При проектуванні оболонок мінімальних поверхонь доводиться стикатися з розрахунками на стійкість оболонок мінімальної поверхні на різному контурі з урахуванням геометричної нелінійності. Маючи невелику масу конструкції, тонкостінна просторова оболонка представляє собою виключно жорстку конструктивну форму.

При розрахунку і проектуванню тонкостінних просторових конструкцій, працюючи на стійкість, необхідно додатково враховувати вплив ряду технологічних і конструктивних факторів: якість виготовлення, геометричні недосконалості оболонки, вплив зварних швів і методи з'єднання з диском землі.

Теоретичні відомості розрахунку стійкості тонких оболонок з урахуванням геометричної нелінійності. Важливе питання проблем будівельної і прикладної механіки становлять **задачі геометричної нелінійності**. Нілійнійність диференціальних рівнянь не допомагає застосовувати аналітичні підходи, що обумовлює необхідність використання чисельних методів таких як метод скінченних елементів (МСЕ). Для даних задач метод скінчених елементів досліджений в задачах ізотропних тіл.

Геометрично нелінійні задачі використовують в основному для формулювання задач стійкості конструкції. В більшості випадків проблему стійкості вдається вирішити, якщо звести її до лінійної постановки при власних коливаннях.

Геометрично нелінійні називають задачі теорії пружності в яких враховується нелінійність в залежності від деформацій і переміщень, в той час як напруження і деформації пов'язані лінійно. Врахування нелінійних складових деформацій необхідно для розрахунку гнучких тонкостінних конструкцій.

Деформації тіла представлені:

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}. \tag{1}$$

які пов'язані з переміщеннями наступним чином:

$$\bar{\varepsilon} = R\vec{u}, \quad \tilde{\gamma}_{ij} = 2\tilde{\varepsilon}_{ij}. \tag{2}$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\frac{\partial \overrightarrow{u^T}}{\partial x_i}\frac{\partial \vec{u}}{\partial x_j}. \tag{3}$$

При дії об'ємних сил $\vec{F}$ і розповсюджених по поверхні тіла S_2 зусиль $\overrightarrow{p^*}$ в тілі виникають напруження $\sigma^T = \{\sigma_x\sigma_y\sigma_z\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx}\}$, які пов'язані з деформаціями пружного тіла узагальненим законом Гука:

$$\sigma = D\varepsilon = D\bar{\varepsilon} + D\tilde{\varepsilon}. \tag{4}$$

Потенційне енергія тіла включає роботу зовнішніх сил і енергію деформації:

$$\Pi_L(\vec{u}) = \frac{1}{2}\int_V \sigma^T \varepsilon dV - \int_V \overrightarrow{u^T}\vec{F} dV - \int_{S_2} \vec{u}\overrightarrow{p^*} dS =$$

$$= \frac{1}{2}\int_V \sigma^T \bar{\varepsilon} dV + \frac{1}{2}\int_V \sigma^T \tilde{\varepsilon} dV - \int_V \overrightarrow{u^T}\vec{F} - \int_{S_2} \vec{u}\overrightarrow{p^*} dS. \tag{5}$$

Згідно варіаційного принципу Лагранжа серед всіх допустимих переміщень тіла, які реалізовані і які приводять потенційну енергію (5) до мінімального значення.

Розіб'ємо тіло на множену скінченних елементів і розглянемо один із них об'ємом V. Переміщення, деформації і напруження будемо апроксимувати наступним чином:

$$\vec{u} = N_1\overrightarrow{u_1} + \cdots + N_m\overrightarrow{u_m} = N\{u\},$$

$$\bar{\varepsilon} = R\vec{u} = B_1\overrightarrow{u_1} + \cdots + B_m\overrightarrow{u_m} = B\{u\},$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\{u\}^T \frac{\partial N^T}{\partial x_i}\frac{\partial N}{\partial x_j}\{u\} = \frac{1}{2}\{u\}^T G_{ij}\{u\},$$

$$\sigma = D(B_1u_1 + \cdots + B_mu_m + \tilde{\varepsilon}) = D(B\{u\} + \tilde{\varepsilon}) \tag{6}$$

де N_j – Базисні функції скінченого елемента $\overrightarrow{u_i}$ – вектора вузлових переміщень і-го вузла N (3×3m), B (6×3m) – матриці базисних функцій і деформацій G_{ij} (3×3m) – матриці нелінійних деформацій, конкретні вирази для яких будуть приведені нижче. Після постановки останніх виразів функціонал (5) перетворюється у функцію вузлових переміщень, який має наступний вигляд:

$$\Pi_L(\{u\}) = \frac{1}{2}\{u\}^T \int_V B^T DBdV\,\{u\} + \{u\}^T \int_V B^T D\tilde{\varepsilon} dV +$$

$$+\frac{1}{2}\int_V \tilde{\varepsilon}^T D\tilde{\varepsilon} dV - \{u\}^T \int_V N^T \vec{F}\, dV - \{u\}^T \int_{S_s} N^T \overrightarrow{p^*}\, dS =$$

$$\frac{1}{2}\{u\}^T K\{u\} - \{u\}^T\{Q\} + \{u\}^T \int_V B^T D\tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2}\int_V \tilde{\varepsilon}^T D\tilde{\varepsilon} dV. \tag{7}$$

де K (3m×3m) – матриця жорсткості скінченного елемента; $\{Q\}$ (3m×1) – вектор вузлових навантажень. Вирішуючи рівняння для одного скінченного елемента визначається з умов мінімуму цієї функції, яке приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\frac{\partial \Pi_L}{\partial\{u\}} = K\{u\} - \{Q\} + \left\{\tilde{Q}(\{u\})\right\} = 0. \quad (8)$$

Вектор додаткових вузлових сил $\tilde{Q}$, обумовлений врахуванням нелінійних деформацій і нелійнійно залежних від вузлових переміщень, має наступний вигляд:

$$\left\{\tilde{Q}(\{u\})\right\} = \frac{\partial}{\partial\{u\}}\left(\{u\}^T \int\limits_V B^T D\tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2}\int\limits_V \tilde{\varepsilon}^T D\tilde{\varepsilon} dV\right) =$$

$$= \int\limits_V B^T D\tilde{\varepsilon} dV + \int\limits_V \frac{\partial\tilde{\varepsilon}^T}{\partial\{u\}} DBdV\{u\} + \int\limits_V \frac{\partial\tilde{\varepsilon}^T}{\partial\{u\}} D\tilde{\varepsilon} dV. \quad (9)$$

Об’єднання системи рівнянь (8) для множини скінченних елементів приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь для повної скінчено-елементної моделі тіла:

$$[K][U] = [Q] - \left[\tilde{Q}([U])\right]. \quad (10)$$

Для вирішення цієї нелінійної системи можна використати метод послідовного завантаження, який зводиться до наступного алгоритму.

Крок 1. Будується матриця жорсткості K і вектор вузлових сил Q. Враховуємо, що i=0, $\tilde{Q} = 0$ із вирішення лінійної системи знаходимо вузлові переміщення U_0.

Крок 2. i=i+1. На i-й ітерації використовуючи (10), вираховуємо $\tilde{Q}_i$ і його суму з Q: $P_i = \tilde{Q}_i + Q$.

Крок 3. Вирішується система лінійних рівнянь

$$KU_i = P_i. \quad (11)$$

Крок 4. Перевірка умови збіжності ітераційного процесу де ε – мале число та U_i – максимальний по модулю вектор. Якщо збіжність не досягнута, то остання умова не виконується, то виконується перехід до *кроку 2*, в противному випадку до *кроку 5*.

Крок 5. Виконується обчислення деформацій і напружень кожного скінченного елемента на основі вектора U_i, який є наближеним вирішенням нелінійної системи (10).

В загальному підсумку, вирішення нелінійної системи зводиться до вирішенню послідовності лінійних систем. Відмітимо, що при послідовних ітераціях змінюється лише права частина системи рівнянь, що дозволяє факторизувати матрицю жорсткості тільки один раз.

Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на прямокутному плані, з урахуванням геометричної нелінійності. Дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності відбувається у програмному комплексі Femap with Nastran за рахунок ітераційного завантаження. На рис. 1 зображена скінчено-елементна модель. Скінченні елементи **plate** – 6400 шт. Вузлів 3321 – штук. З’єднання з диском землі – жорстке защемлення. Матеріал сталь С275. Товщина оболонки 28 мм.

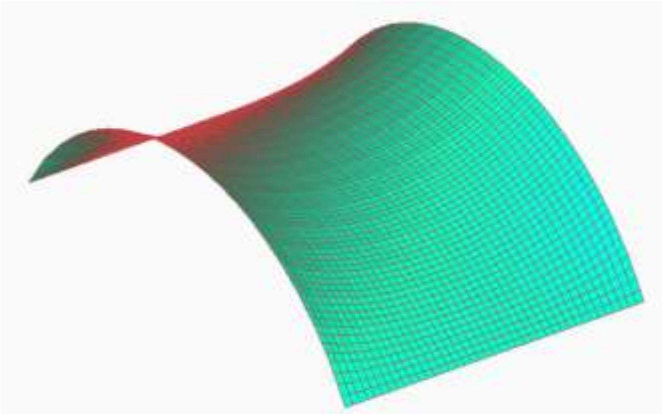

Рис. 1. Скінчено-елементна модель

Результати чисельного дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на прямокутному плані з урахуванням геометричної нелінійності.

Після проведення чисельного експерименту – отримали наступні результати. Максимальні напруження становлять 240 МПа (рис. 2), максимальні переміщення 31 мм (рис. 3). Власні значення коефіцієнту запасу дорівнює 1.007 – це означає, що запас по міцності і стійкості в оболонці відсутній, можемо далі робити розрахунок багатокритеріальної параметричної оптимізації стійкості оболонки мінімальної поверхні на прямокутному плані.

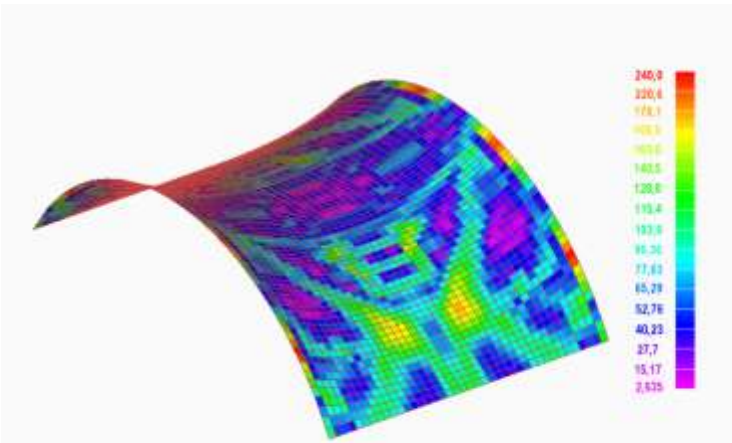

Рис. 2. Максимальні напруження по Мізесу при стійкості з урахування геометричної нелінійності

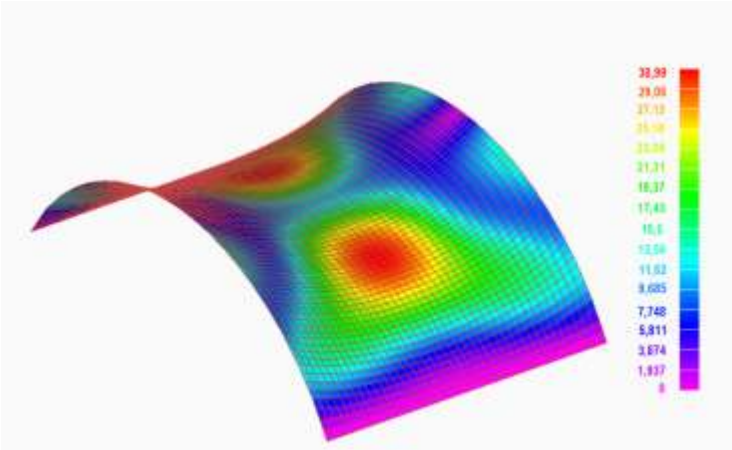

Рис. 3. Максимальні переміщення при стійкості з урахування геометричної нелінійності

Вперше було виконано чисельне дослідження оболонки мінімальної поверхні на прямокутному плані з урахуванням геометричної нелінійності за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ), достовірність отриманих результатів перевірено з теоретичними значеннями, збіжність скінченних елементів на високому рівні, а розміри скінченних елементів вибрані оптимальні по кількості і розмірів. Геометрична нелінійність показує уточнення дійсних напружень і переміщень від лінійного розрахунку на 9%, що є гарною економією матеріалів і точністю розрахунку.

Список літератури:

1. Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Донецк: Вища шк. Главное Изд-во Киев, 1985. 134 с.

2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.

3. Ігнатишин М.І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево: РВВ МДУ, 2017. 172 с.

4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65

5. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор’єва Л.О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2023. Вип. 110. С. 430-446. DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.430-446

6. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Жупаненко І.В. Оптимальне проектування вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі,

яка складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2023. № 51. С. 218-233. DOI: 10.32347/2707-501x.2023.51(1).218-233

7. Юрченко В.В., Пелешко І.Д. Пошук компромісного розв'язку в задачах оптимізації розмірів поперечних перерізів елементів конструкцій з холодногнутих профілів. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 72-92. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.72-9

8. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на круглому плані з урахуванням геометричної нелінійності при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва*. 2024. № 53. С. 39-48. DOI: https://doi.org/10.32347/2707-501x.2024.53(1).39-48

9. Кошевий О.О. Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. *Прикладна геометрія і інженерна графіка*. 2024. № 106. С. 133-147. DOI: 10.32347/0131-579X.2024.106.133-147

10. Кошевий О.О., Іванченко Г.М., Затилюк Г.А. Багатокритеріальна параметрична оптимізація переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2024. Вип. 112. С. 209-221.

11. Юрченко В.В., Пелешко І.Д. Параметрична оптимізація сталевої решітчастої рами з несучими елементами із круглих труб. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2021. Вип. 107. С. 45-74. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.45-74

12. Perelmuter A.V., Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Optimization of cross-sectional dimensions for coldformed steel lipped channel columns. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 108. С. 156-170. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.156-170

13. Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2020. Вип. 105. С. 192-220. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220

14. Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. М.: Наука, 2006. 544 с.

References:

1. Herasymov, E.N., Pochtman, YU.M., Skalozub, V.V. *(1985)*. Multicriteria optimization of structures. Donetsk: Vyshcha shk. Hlavnoe Yzd-vo Kyev. 134 s.

2. Hyll, F., Myurrey, U., Rayt, M. (1985). Practical optimization. M.: Myr. 509 s.

3. Ihnatyshyn, M.I. (2017). Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab): monohrafiya. Mukachevo: RVV MDU. 172 s.

4. Ivanchenko, G.M., Kosheviy, O.O., Koshevyi, O.P. (2022). Numerial implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermforce loading. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 109. P. C. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65

5. Ivanchenko, H.M., Koshevyi, O.O., Koshevyi, O.P., Grigoryeva, L.O. (2023). Numerical study of the parametric optimization of the forced oscillation frequencies of the shell of a minimal surface on a trapezoidal contour under thermal and power loading.

Strength of Materials and Theory of Structures. Issue 110. P. 430-446. DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.430-446

6. Ivanchenko, G.M., Kosheviy, O.O., & Zhupanenko, I.P. (2023). Optimal design of the forced oscillation frequencies of the minimum surface shell on a circular contour consisting of two inclined ellipses under thermal and power loading. *Ways to improve the efficiency of construction in the context of market relations*, 51, 218-233. DOI: 10.32347/2707-501x.2023.51(1).218-233

7. Yurchenko, V., Peleshko, I. (2022). Searching for a compromise solution in cross-section size optimization problems of cold-formed steel structural members. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 109. P. С. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.72-9

8. Koshevyi, O.O., Ivanchenko, G.M. (2024). Numerical study of the stability of a shell of minimal surface on a circular plan with regard to geometric nonlinearity under thermal and power loading. *Ways to improve the efficiency of construction*. № 53. P. 39-48.

9. Koshevyi, O.O. *(2024).* Multicriteria parametric optimization of the displacement and weight of the shell of the minimum surface on a trapezoidal contour under thermal power loading. *Applied Geometry and Engineering Graphics*. №106. P. 133-147. DOI: 10.32347/0131-579X.2024.106.133-147.

10. Koshevyi,, O.O., Ivanchenko G.M., Zatilyuk, G.A. (2024). Multicriteria parametric optimization of the displacement and weight of the shell of the minimum surface on a circular contour consisting of two inclined ellipses under thermal and power loading, taking into account geometric nonlinearity. *Strength of Materials and theory of structures.* Issue 112. P. 209-221.

11. Yurchenko, V.V., Peleshko, I.D. (2021). Parametric optimization of steel lattice portal frame with chs structural members. *Strength of Materials and Theory of Structures.* Issue 107. P. 45-74. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.45-74

12. Yurchenko, V.V., Perelmuter, A.V., Peleshko, I.D. (2022). Optimization cross-sectional dimensions for cold-formed steel lipped channel columns. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 108. P. 156-170. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.156-170

13. Yurchenko, V.V., Peleshko, I.D. (2020). Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 105. P. 192-220. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220

14. Kryvoshapko, S.V., Yvanov, V.N., Khalaby, S.M. (2006). Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells. M.: Nauka. 544 s.

Oleksandr KOSHEVIY

Stability of the shell of the minimum surface on a rectangular plan, taking into account geometric nonlinearity under thermal and power loading

When developing the classical theory of minimal surface shells, scientists focused on methods that require maximum simplification of the solving equations and elimination of values that do not significantly affect the final results. This reduces the class of minimal surface shells that are studied and excludes some important mechanical and physical effects from view.

With the development of computational complexes, new problems of the theory of shells arise, which must be solved without the involvement of auxiliary hypotheses about the nature of the desired fields along the thickness of the shells of minimal surfaces. This leads to the development of non-classical shell theories, which are classified on the basis of the connection of different methods of constructing systems of equilibrium equations of shell mechanics with methods of boundary value problems of elasticity theory.

When designing minimum surface shells, one has to deal with calculations for the stability of minimum surface shells on different contours, taking into account geometric nonlinearity. Having a small structural mass, a thin-walled spatial shell is an exceptionally rigid structural form.

Geometrically nonlinear problems are those in the theory of elasticity that take into account nonlinearity in the dependence of strains and displacements, while stresses and strains are related linearly. Taking into account nonlinear components of deformations is necessary for the calculation of flexible thin-walled structures.

In general, solving a nonlinear system is reduced to solving a sequence of linear systems. Note that only the right-hand side of the system of equations changes during successive iterations, which allows the stiffness matrix to be factorized only once.

For the first time, a numerical study of a minimum surface shell on a rectangular plan with geometric nonlinearity was performed using the finite element method (FEM), the reliability of the results was verified against theoretical values, the convergence of the finite elements was high, and the dimensions of the finite elements were chosen to be optimal in number and size. The geometric nonlinearity shows a 9% improvement in the actual stresses and displacements from the linear calculation, which is a good material saving and calculation accuracy.

Keywords: shell stability, multicriteria parametric optimization, minimum surface shell, calculation of shell stability, geometric nonlinearity, nonlinearity, thermal loads, power loads, static loads, thermal and power loads.