

СТІЙКОСТЬ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ТРАПЕЦЕВИДНОМУ КОНТУРІ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Для розрахунку просторових тонкостінних конструкцій необхідно виконувати перевірочні розрахунки за двома групами граничних станів. До першої групи граничних станів відносяться розрахунки на міцність та стійкість. До другої групи граничних станів відносяться розрахунки на прогини та тріщиностійкість.

Об'єктом дослідження є оболонка мінімальної поверхні на трапецевидному контурі, що представляє собою тонкостінну просторову конструкцію. Такий вид оболонок використовується в наступним галузях господарства: машинобудуванні, хімічній промисловості, в літакобудуванні, та для будівництва дронів. Вони володіють високою міцністю, жорсткістю та легкістю, технологічні у виготовленні.

Оболонки мінімальних поверхонь які досліджуються традиційними методами математичної фізики, дослідженні недостатньо, за рахунок унікальних тонкостінних конструкцій, які були виведені за рахунок оптимізації форми на заданому контурі. В останній час створення прогресивних конструкцій, високопродуктивних машин та об'єктів спеціального призначення часто приводить до необхідності розробки конструктивних оболонкових елементів з важкою геометричною структурою – якими і є оболонки мінімальних поверхонь.

Суть геометрично нелінійної постановки полягає в знаходженні дійсних переміщень скінчено-елементної моделі при дослідженні втрати глобальної стійкості оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі, а також знаходження особливих місць де відбувається фактична втрата стійкості на серединній поверхні. Ця методика дозволяє досить з високою точністю вираховувати втрату стійкості оболонки мінімальної поверхні, що підводить до оптимізації стійкості при багатокритеріальній параметричній оптимізації.

Чисельні дослідження були проведені за допомогою метода скінченних елементів (МСЕ). Після створення скінчено-елементної моделі були задані комбінації зовнішніх навантажень згідно будівельних норм України. Далі відбувався початковий розрахунок стійкості, який показав, що перші чотири форми втрати стійкості мають коефіцієнт енергії деформації менше одиниці. Була підібрана товщина оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі наступна, мінімальна енергії деформації на першій формі втрати стійкості становила коефіцієнт 1.0, при цьому необхідна товщина становить 36 мм.

Ключові слова: *стійкість оболонки, багатокритеріальна параметрична оптимізація, оболонка мінімальної поверхні, розрахунок стійкості оболонки, геометрична нелінійність, нелінійність, МСЕ, силові навантаження, статичні навантаження, метод скінченних елементів.*

Вступ. Для розрахунку просторових тонкостінних конструкцій необхідно виконувати перевірочні розрахунки за двома групами граничних станів. До першої групи граничних станів відносяться розрахунки на міцність та стійкість. До другої групи граничних станів відносяться розрахунок на прогини та тріщиностійкість. В даній науковій статті розглядається розрахунок просторової тонкостінної конструкції на стійкість з урахуванням геометричної нелінійності [1-2].

Класична постановка розрахунку на стійкість розкривається, що не критичний напружено-деформований стан є лінійним і безмоментним. В уточненій постановці повинно враховуватися нелінійне і моментний не критичний стан. Такий підхід відповідає верхнім критичним навантаженням по нелінійній теорії стійкості, тобто, вирішення нелінійної задачі стійкості, яка враховує нелінійність основного стану [3].

Об'єктом дослідження є оболонка мінімальної поверхні на трапецевидному контурі, що представляє собою тонкостінну просторову конструкцію. Такий вид оболонок використовується в наступним галузям господарства: машинобудуванні, хімічній промисловості, в літакобудуванні, та для будування дронів. Вони володіють високою міцністю, жорсткістю та легкістю, технологічні у виготовленні. В реальних умовах такі просторові тонкостінні конструкції експортуються у досить важких умовах, коли присутні різні види зовнішнього навантаження, в тому числі важкі динамічні навантаження, які можуть приводити до важких коливальних рухів [4].

Загальна теорія просторових тонкостінних оболонок, а також важливі питання, які пов'язані із розрахунком на міцність, стійкість, колювання ряду конкретних оболонок елементів будівельних конструкцій, машин та механізмів, знайшли глибоке дослідження у класичних працях відомих вчених механіків. В монографіях: В.З. Власова, А.Л. Гольденвейзера, Н.А. Кільчевського, Н.В. Колкунова, А.І. Лур'є, А. Лява, Х.М. Муштарі, С.П. Тимошенко, К.Ф. Черних та інші в яких відображені основні положення і залежності сучасної теорії пластин та оболонок [5-6].

Наявність складних режимів експлуатації оболонок конструкцій обумовлена розвитком і досконалістю теорії і методів розрахунку їх на термосилове навантаження. Постановка таких задач включає в себе питання, які максимально по модулю переміщень або деформацій при власних чи вимушених коливаннях, а також дослідження загальної стійкості. Досить великий вклад по цім питанням зробили наступні вчені: А.А. Аламає, В.В. Болотіна, А.С. Вольміра, Е.І. Григолока, В.В. Кабанова [7-8].

Оболонки мінімальних поверхонь які досліджуються традиційними методами математичної фізики, дослідженні недостатньо, за рахунок унікальних тонкостінних конструкцій, які були виведені за рахунок оптимізації форми на заданому контурі. В останній час створення прогресивних конструкцій, високопродуктивних машин та об'єктів спеціального призначення часто приводить до необхідності розробки конструктивних оболонок елементів з важкою геометричною структурою – якими і є оболонки мінімальних поверхонь.

Задача дослідження стійкості оболонок мінімальних поверхонь торкається багатьох проблем, які базуються на побудові математичних моделей таких систем, так і ефективних методів чисельної побудови їх вирішення. Втрата стійкості впливає на форми та частоти власних коливань, а також на амплітуди вимушених коливань та форми втрати стійкості [9].

Проблема вивчення стійкості деформованих систем займає одне із центральних місць в будівельній і прикладній механіці. Частково ця проблема пов'язана про глобальну стійкість, при дії термосилового навантаження. Математичні та технічні труднощі, пов'язані із намірами отримання нелінійних деформованих рівнянь у частинних похідних, які описують втрату стійкості при переміщенні оболонки та зміну її товщини, які обмежують число розв'язку систем.

Розглянемо задачу про побудову і дослідження просторових станів кривих стаціонарних рішень нелінійних рівнянь, які описують втрату стійкості оболонок мінімальних поверхонь. В залежності від фізичних параметрів і геометричних характеристик оболонок мінімальних поверхонь ефект від термосилового навантаження може надавати досить значний ефект для втрати стійкості від зовнішнього навантаження. В результаті дії термосилового навантаження створюється поле попередніх напружень, які можуть змінювати форми і частоти коливання, які на пряму впливають на форми глобальної стійкості оболонок мінімальних поверхонь [10].

При дослідженні стійкості системи оболонки мінімальної поверхні, починає з деяких значень амплітуди можуть змінювати форми втрати стійкості, а саме з симетричними формами можуть з'являтися несиметричні форми. Такі форми представляють собою хвилі з рухливими вузловими лініями, характер зміни яких і амплітуди залежать від значення комбінації зовнішнього навантаження, а також геометричних і фізичних параметрів. Цим станом оболонки на кривій стаціонарних рішень рівняння втрати стійкості відмічають особливі точки, в яких матриця відповідних лінеаризованих рівнянь вироджуються. Тому дослідження просторової стійкості з урахуванням геометричної нелінійності пов'язано з знаходженням особливих точок рішення нелінійних рівнянь [11].

Суть геометрично нелінійної постановки полягає в знаходження дійсних переміщень скінчено-елементної моделі при дослідження втрати глобальної стійкості оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі, а також знаходження особливих місць де відбувається фактична втрата стійкості на серединній поверхні. Ця методика дозволяє досить з високою точністю вираховувати втрату стійкості оболонки мінімальної поверхні, що підводить до оптимізації стійкості при багатокритеріальній параметричній оптимізації. Цікавість задачі надає розуміння, що ці попередні розрахунки можуть слугувати до глобального розрахунку і в подальшому проектування даної просторової тонкостінної конструкції [12].

Теоретичні відомості розрахунку стійкості тонких оболонок з урахуванням геометричної нелінійності. Важливе питання проблем будівельної і прикладної механіки становлять **задачі геометричної нелінійності**. Нелінійність диференціальних рівнянь не допомагає застосовувати аналітичні підходи, що обумовлює необхідність використання чисельних методів таких як метод скінчених елементів (МСЕ). Для даних задач метод скінчених елементів досліджений в задачах ізотропних тіл.

Геометрично нелінійні задачі використовують в основному для формулювання задач стійкості конструкції. В більшості випадків проблему стійкості вдається вирішити, якщо звести її до лінійної постановки при власних коливаннях.

Геометрично нелінійні називають задачі теорії пружності в яких враховується нелінійність в залежності від деформацій і переміщень, в той час як напруження і

деформації пов'язані лінійно. Врахування нелінійних складових деформацій необхідно для розрахунку гнучких тонкостінних конструкцій.

Деформації тіла представлені:

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}. \quad (1)$$

які пов'язані з переміщеннями наступним чином:

$$\bar{\varepsilon} = R\vec{u}, \quad \tilde{\gamma}_{ij} = 2\tilde{\varepsilon}_{ij}. \quad (2)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial \vec{u}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_j}. \quad (3)$$

При дії об'ємних сил $\vec{F}$ і розповсюджених по поверхні тіла S_2 зусиль $\vec{p}^*$ в тілі виникають напруження $\sigma^T = \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}\}$, які пов'язані з деформаціями пружного тіла узагальненим законом Гука:

$$\sigma = D\varepsilon = D\bar{\varepsilon} + D\tilde{\varepsilon}. \quad (4)$$

Потенційне енергія тіла включає роботу зовнішніх сил і енергію деформації:

$$\begin{aligned} \Pi_L(\vec{u}) &= \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon dV - \int_V \vec{u}^T \vec{F} dV - \int_{S_2} \vec{u} \vec{p}^* dS = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \bar{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \tilde{\varepsilon} dV - \int_V \vec{u}^T \vec{F} dV - \int_{S_2} \vec{u} \vec{p}^* dS. \end{aligned} \quad (5)$$

Згідно варіаційного принципу Лагранжа серед всіх допустимих переміщень тіла, які реалізовані і які приводять потенційну енергію (5) до мінімального значення.

Розіб'ємо тіло на множену скінченних елементів і розглянемо один із них об'ємом V . Переміщення, деформації і напруження будемо апроксимувати наступним чином:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= N_1 \vec{u}_1 + \dots + N_m \vec{u}_m = N\{u\}, \\ \bar{\varepsilon} &= R\vec{u} = B_1 \vec{u}_1 + \dots + B_m \vec{u}_m = B\{u\}, \\ \tilde{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2} \{u\}^T \frac{\partial N^T}{\partial x_i} \frac{\partial N}{\partial x_j} \{u\} = \frac{1}{2} \{u\}^T G_{ij} \{u\}, \\ \sigma &= D(B_1 u_1 + \dots + B_m u_m + \tilde{\varepsilon}) = D(B\{u\} + \tilde{\varepsilon}) \end{aligned} \quad (6)$$

де N_j – Базисні функції скінченного елемента $\vec{u}_i$ – вектора вузових переміщень i -го вузла N ($3 \times 3m$), B ($6 \times 3m$) – матриці базисних функцій і деформацій G_{ij} ($3m \times 3m$) – матриці нелінійних деформацій, конкретні вирази для яких будуть приведені нижче [13]. Після постановки останніх виразів функціонал (5) перетворюється у функцію вузових переміщень, який має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 \Pi_L(\{u\}) &= \frac{1}{2} \{u\}^T \int_V B^T D B dV \{u\} + \{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \\
 &+ \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV - \{u\}^T \int_V N^T \vec{F} dV - \{u\}^T \int_{S_s} N^T \vec{p}^* dS = \\
 &\frac{1}{2} \{u\}^T K \{u\} - \{u\}^T \{Q\} + \{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV. \quad (7)
 \end{aligned}$$

де K ($3m \times 3m$) – матриця жорсткості скінченного елемента; $\{Q\}$ ($3m \times 1$) – вектор вузлових навантажень. Вирішуючи рівняння для одного скінченного елемента визначається з умов мінімуму цієї функції, яке приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\frac{\partial \Pi_L}{\partial \{u\}} = K\{u\} - \{Q\} + \{\tilde{Q}(\{u\})\} = 0. \quad (8)$$

Вектор додаткових вузлових сил $\tilde{Q}$, обумовлений врахуванням нелінійних деформацій і нелінійно залежних від вузлових переміщень, має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 \{\tilde{Q}(\{u\})\} &= \frac{\partial}{\partial \{u\}} \left(\{u\}^T \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon}^T D \tilde{\varepsilon} dV \right) = \\
 &= \int_V B^T D \tilde{\varepsilon} dV + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial \{u\}} D B dV \{u\} + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial \{u\}} D \tilde{\varepsilon} dV. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Об'єднання системи рівнянь (8) для множини скінчених елементів приводить до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь для повної скінчено-елементної моделі тіла:

$$[K][U] = [Q] - [\tilde{Q}([U])]. \quad (10)$$

Для вирішення цієї нелінійної системи можна використати метод послідовного завантаження, який зводиться до наступного алгоритму [14].

Крок 1. Будується матриця жорсткості K і вектор вузлових сил Q . Враховуємо, що $i=0$, $\tilde{Q} = 0$ із вирішення лінійної системи знаходимо вузлові переміщення U_0 .

Крок 2. $i=i+1$. На i -й ітерації використовуючи (10), вираховуємо $\tilde{Q}_i$ і його суму з Q : $P_i = \tilde{Q}_i + Q$.

Крок 3. Вирішується система лінійних рівнянь

$$K U_i = P_i. \quad (11)$$

Крок 4. Перевірка умови збіжності ітераційного процесу де ε – мале число та U_i – максимальний по модулю вектор. Якщо збіжність не досягнута, то остання

умова не виконується, то виконується перехід до *кроку 2*, в протилежному випадку до *кроку 5*.

Крок 5. Виконується обчислення деформацій і напружень кожного скінченного елемента на основі вектора U_i , який є наближеним вирішенням нелінійної системи (10).

В загальному підсумку, вирішення нелінійної системи зводиться до вирішенню послідовності лінійних систем. Відмітимо, що при послідовних ітераціях змінюється лише права частина системи рівнянь, що дозволяє факторизувати матрицю жорсткості тільки один раз [14].

Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі, з урахуванням геометричної нелінійності. Дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності відбувається у програмному комплексі Femap with Nastran за рахунок ітераційного завантаження. На рис. 1 зображена скінчено-елементна модель. Скінченні елементи **plate** – 912 шт. Вузлів 975 – штук. З'єднання з диском землі – жорстке защемлення. Матеріал сталь С275. Товщина оболонки 24 мм.

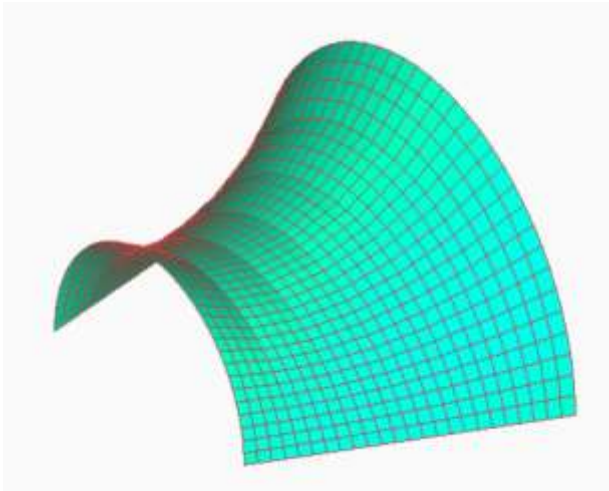


Рис. 1. Скінчено-елементна модель

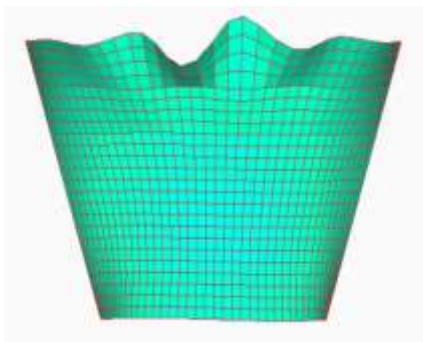


Рис. 2. Перша форма втрата стійкості.
Eigenvalue 1 0.610043

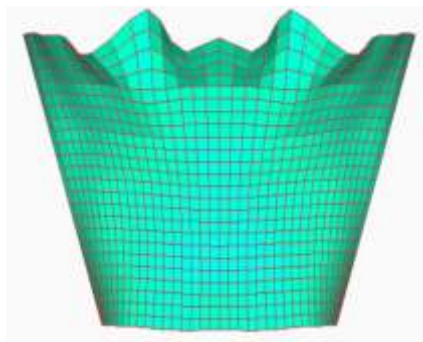


Рис. 7. Шоста форма втрата стійкості.
Eigenvalue 6 0.980891

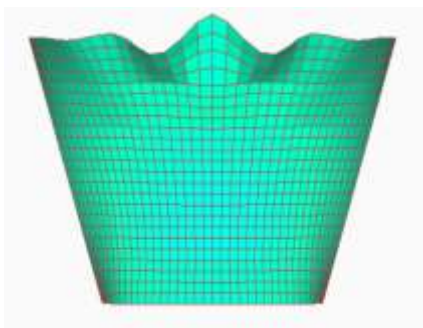


Рис. 3. Друга форма втрата стійкості.
Eigenvalue 2 0.611204

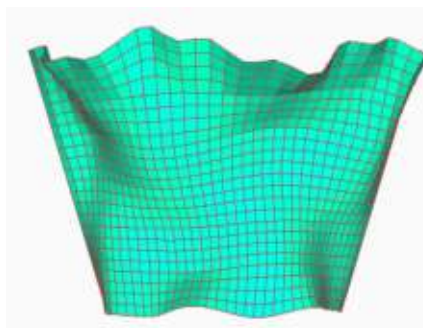


Рис. 8. Сьома форма втрата стійкості.
Eigenvalue 7 1.231033

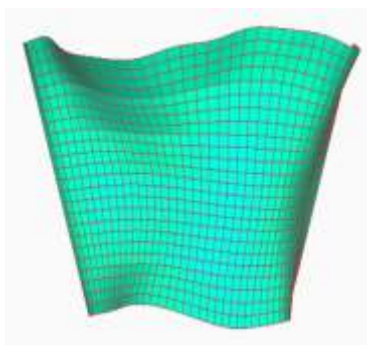


Рис. 4. Третя форма втрата стійкості.
Eigenvalue 3 0.715815

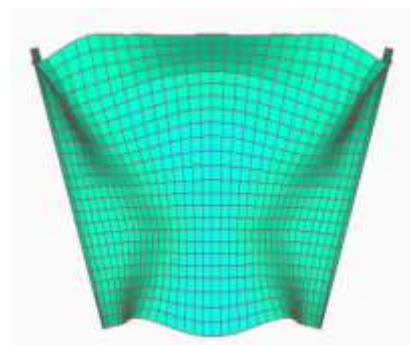


Рис. 9. Восьма форма втрата стійкості.
Eigenvalue 8 1.261493

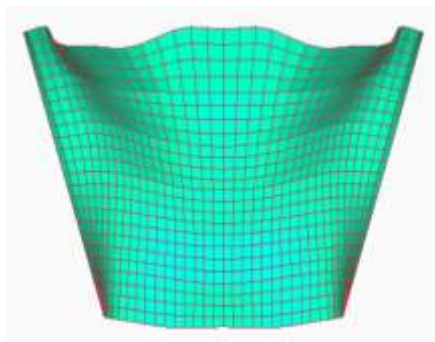


Рис. 5. Четверта форма втрата стійкості.
Eigenvalue 4 0.838602

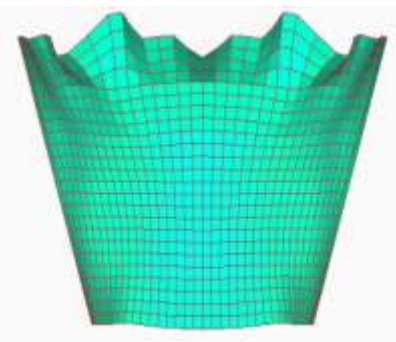


Рис. 10. Дев'ята форма втрата стійкості.
Eigenvalue 9 1.334864

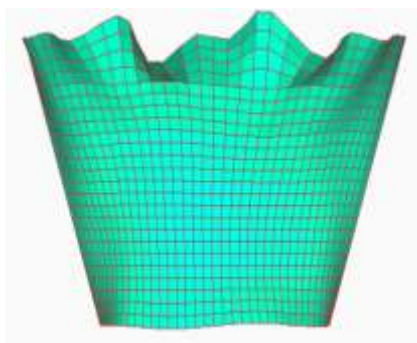


Рис. 6. П'ята форма втрата стійкості.
Eigenvalue 5 0.96295

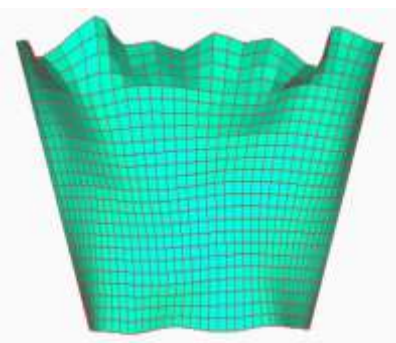


Рис. 11. Десята форма втрата стійкості.
Eigenvalue 10 1.369111

Виходячи з огляду на рис. 2-11 енергія деформація в перших шести формах втрачає стійкість, необхідно збільшити товщину оболонки мінімальної поверхні, та зробити перерахунок стійкості з урахуванням геометричної нелінійності.

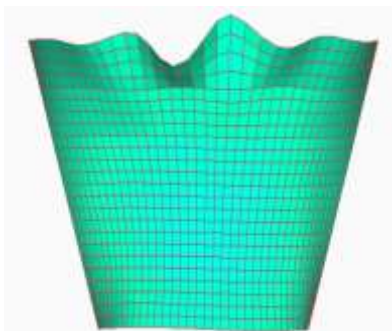


Рис. 12. Перша форма втрата стійкості.
Eigenvalue 1 1.005837

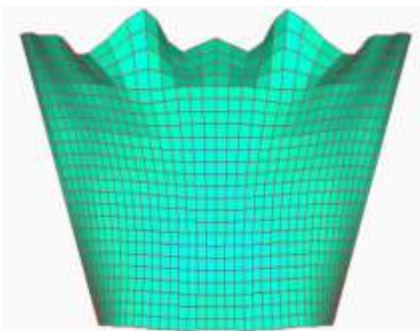


Рис. 17. Шоста форма втрата стійкості.
Eigenvalue 6 1.614934

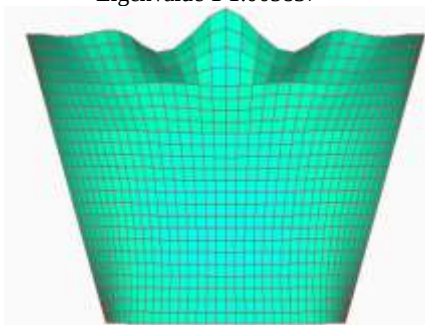


Рис. 13. Друга форма втрата стійкості.
Eigenvalue 2 1.008005

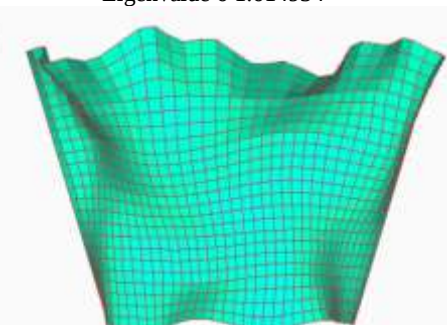


Рис. 18. Сьома форма втрата стійкості.
Eigenvalue 7 1.979063

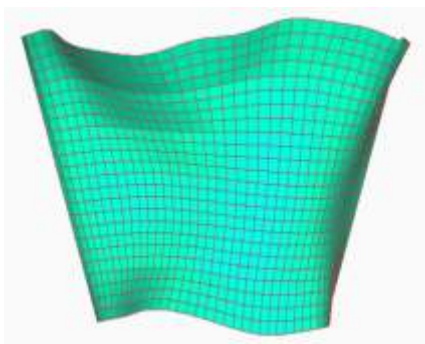


Рис. 14. Третя форма втрата стійкості.
Eigenvalue 3 1.158128

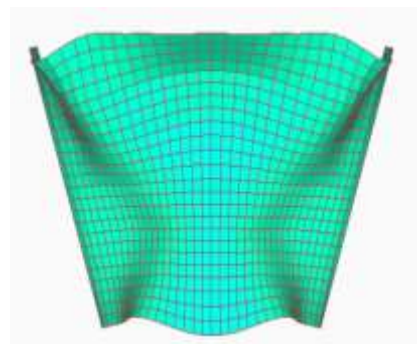


Рис. 19. Восьма форма втрата стійкості.
Eigenvalue 8 2.014543

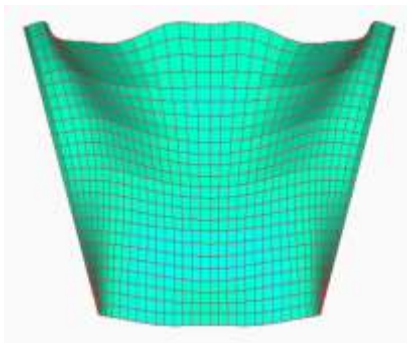


Рис. 15. Четверта форма втрата стійкості. Eigenvalue 4 1.35524

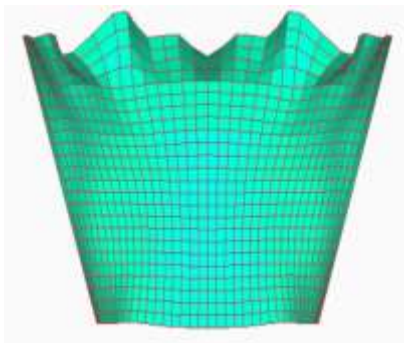


Рис. 20. Дев'ята форма втрата стійкості. Eigenvalue 9 2.187594

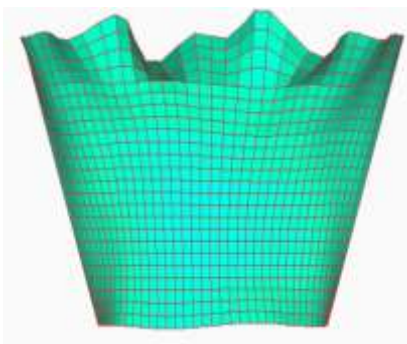


Рис. 16. П'ята форма втрата стійкості. Eigenvalue 5 1.583606

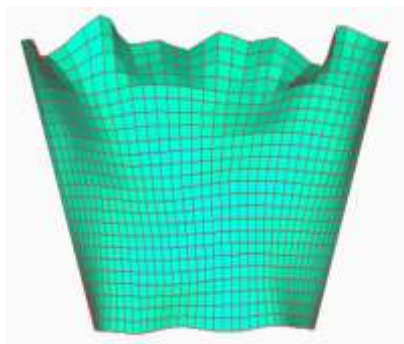


Рис. 21. Десята форма втрата стійкості. Eigenvalue 10 2.211678

Результати чисельного дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі з урахуванням геометричної нелінійності.

Після проведення чисельного експерименту – отримали наступні результати. Початкове чисельне дослідження стійкості з урахуванням геометричної нелінійності зображено на рис. 2-11 – на перших шести формах видно, що енергія деформації менше 1,0, це призводить до втрати стійкості, тому була необхідність зробити перерахунок і підібрати достатню товщину оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі, результати зображено на рис. 12-21 енергія деформації коливається від 1,0 до 2,21.

Вперше було виконано чисельне дослідження оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі з урахуванням геометричної нелінійності за

допомогою методу скінченних елементів (МСЕ), достовірність отриманих результатів перевірено з теоретичними значеннями, збіжність скінченних елементів на високому рівні, а розміри скінченних елементів вибрані оптимальні по кількості і розмірів. Геометрична нелінійність показує уточнення дійсних напружень і переміщень від лінійного розрахунку на 9%, що є гарною економією матеріалів і високою точністю розрахунку.

Список літератури:

1. Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Киев: Вища школа, 1985. 134 с.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.
3. Ігнатишин М.І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево: РВВ МДУ, 2017. 172 с.
4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 50-65 DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65
5. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2023. Вип. 110. С. 430-446. DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.430-446
6. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Жупаненко І.В. Оптиміальне проектування вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, яка складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2023. № 51. С. 218-233. DOI: 10.32347/2707-501x.2023.51(1).218-233
7. Юрченко В.В., Пелешко І.Д. Пошук компромісного розв'язку в задачах оптимізації розмірів поперечних перерізів елементів конструкцій з холодногнутих профілів. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 72-92. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.72-92
8. Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на круглому плані з урахуванням геометричної нелінійності при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2024. № 53. С. 39-48. DOI: 10.32347/2707-501x.2024.53(1).39-48
9. Кошевий О.О. Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. *Прикладна геометрія і інженерна графіка*. 2024. №106. С. 133-147. DOI: 10.32347/0131-579X.2024.106.133-147
10. Кошевий О.О., Іванченко Г.М., Затилюк Г.А. Багатокритеріальна параметрична оптимізація переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2024. Вип. 112. С. 209-221.
11. Юрченко В.В., Пелешко І.Д. Параметрична оптимізація сталевих решітчастої рами з несучими елементами із круглих труб. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2021. Вип. 107. С. 45-74. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.45-74

12. Perelmuter A.V., Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Optimization of cross-sectional dimensions for coldformed steel lipped channel columns. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 108. С. 156-170. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.156-170

13. Yurchenko V.V., Peleshko I.D. Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2020. Вип. 105. С. 192-220. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220.

14. Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. М.: Наука, 2006. 544 с.

References:

1. Herasymov, E.N., Pochtman, YU.M., Skalozub, V.V. (1985). Multicriteria optimization of structures. Kyev: Vyshcha shkola. 134 s.

2. Hyll, F., Myurrey, U., Rayt, M. (1985). Practical optimization. М.: Myr. 509 s.

3. Ihnatyshyn, M.I. (2017). Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab): monohrafiya. Mukachevo: RVV MDU. 172 s.

4. Ivanchenko, G.M., Kosheviy, O.O., Kosheviy, O.P. (2022). Numerial implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermforce loading. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 109. P. C. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65

5. Ivanchenko, H.M., Kosheviy, O.O., Kosheviy, O.P., Grigoryeva, L.O. (2023). Numerical study of the parametric optimization of the forced oscillation frequencies of the shell of a minimal surface on a trapezoidal contour under thermal and power loading. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 110. P. 430-446. DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.430-446

6. Ivanchenko, G.M., Kosheviy, O.O., & Zhupanenko, I.P. (2023). Optimal design of the forced oscillation frequencies of the minimum surface shell on a circular contour consisting of two inclined ellipses under thermal and power loading. *Ways to improve the efficiency of construction in the context of market relations*, 51, 218-233. DOI: 10.32347/2707-501x.2023.51(1).218-233

7. Yurchenko, V., Peleshko, I. (2022). Searching for a compromise solution in crossection size optimization problems of cold-formed steel structural members. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 109. P. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.72-9

8. Kosheviy, O.O., Ivanchenko, G.M. (2024). Numerical study of the stability of a shell of minimal surface on a circular plan with regard to geometric nonlinearity under thermal and power loading. *Ways to improve the efficiency of construction*. № 53. P. 39-48.

9. Kosheviy, O.O. (2024). Multicriteria parametric optimization of the displacement and weight of the shell of the minimum surface on a trapezoidal contour under thermal power loading. *Applied Geometry and Engineering Graphics*. №106. P. 133-147. DOI: 10.32347/0131-579X.2024.106.133-147.

10. Kosheviy, O.O., Ivanchenko G.M., Zatylyuk, G.A. (2024). Multicriteria parametric optimization of the displacement and weight of the shell of the minimum surface on a circular contour consisting of two inclined ellipses under thermal and power loading, taking into account geometric nonlinearity. *Strength of Materials and theory of structures*. Issue 112. P. 209-221.

11. Yurchenko, V.V., Peleshko, I.D. (2021). Parametric optimization of steel lattice portal frame with chs structural members. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 107. P. 45-74. DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.45-74

12. Yurchenko, V.V., Perelmuter, A.V., Peleshko, I.D. (2022). Optimization crosssectional dimensions for cold-formed steel lipped channel columns. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 108. P. 156-170. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.156-170

13. Yurchenko, V.V., Peleshko, I.D. (2020). Parametric optimization of steel structures based on gradient projection method. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Issue 105. P. 192-220. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.192-220

14. Kryvoshapko, S.V., Yvanov, V.N., Khalaby, S.M. (2006). Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells. M.: Nauka. 544 s.

Oleksandr KOSHEVIY

Stability of the shell of the minimum surface on a trapezoidal contour, taking into account geometric nonlinearity under thermal and power loading

For the calculation of spatial thin-walled structures, it is necessary to perform verification calculations for two groups of limit states. The first group of limit states includes strength and stability calculations. The second group of limit states includes deflection and crack resistance calculations.

The object of study is a shell of minimal surface on a trapezoidal contour, which is a thin-walled spatial structure. This type of shell is used in the following industries: mechanical engineering, chemical industry, aircraft construction, and drone construction. They have high strength, rigidity and lightness, and are easy to manufacture.

The shells of minimal surfaces, which are studied by traditional methods of mathematical physics, are not sufficiently studied due to the unique thin-walled structures that were derived by optimizing the shape on a given contour. Recently, the creation of advanced structures, high-performance machines and special-purpose objects often leads to the need to develop structural shell elements with a complex geometric structure - which are the shells of minimal surfaces.

The essence of the geometrically nonlinear formulation is to find the actual displacements of the finite element model when studying the loss of global stability of the shell of the minimum surface on a trapezoidal contour, as well as to find the special places where the actual loss of stability occurs on the mid-surface. This methodology allows to calculate the loss of stability of the minimum surface shell with a high enough accuracy, which leads to the optimization of stability in multi-criteria parametric optimization.

Numerical studies were carried out using the finite element method (FEM). After creating the finite element model, a combination of external loads was set in accordance with the building codes of Ukraine. Next, an initial stability calculation was performed, which showed that the first four forms of stability loss have a strain energy coefficient of less than one. The thickness of the shell of the minimum surface on the trapezoidal contour was selected as follows, the minimum strain energy on the first form of loss of stability was a factor of 1.0, while the required thickness was 36 mm.

Keywords: shell stability, multicriteria parametric optimization, minimum surface shell, shell stability calculation, geometric nonlinearity, nonlinearity, FEM, power loads, static loads, finite element method.