

Олександр КОШЕВИЙ,
доктор філософії (Ph.D), доцент

ORCID: 0000-0002-1903-2905

Остап ЛІТКОВ,

аспірант кафедри опору матеріалів

ORCID: 0009-0003-4492-6980

Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ МІЦНОСТІ АЛЮМІНІЄВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Оболонки – це тонкостінні просторові конструкції, які мають найбільш ефективну форму для передавання зовнішніх зусиль за мінімального матеріаломісткого ресурсу. Термосилове навантаження, що виникає внаслідок одночасної дії механічних зусиль і значних температурних полів або градієнтів, істотно ускладнює поведінку оболонкових конструкцій.

Традиційні методи проектування, які базуються переважно на міцності при фіксованих геометричних параметрах, часто є недостатніми. Вони можуть призводити до надмірного запасу міцності (збільшення маси та вартості) або, навпаки, не забезпечувати надійності через ігнорування нелінійних ефектів взаємодії. Саме тому виникає потреба в параметричній оптимізації – методі, що дозволяє системно досліджувати вплив численних конструктивних змінних (геометричних, матеріальних, теплових) на поведінку конструкції та знаходити її оптимальні конфігурації за заданим критерієм.

Параметрична оптимізація, на відміну від топологічної чи формоутворювальної, спрямована на пошук найкращих значень фіксованого набору параметрів (товщина, радіус інерції, кут нахилу).

Представлена система вирішуючих рівнянь методу скінченних елементів, які формуються, на основі варіаційного принципу Лагранжа, у відповідності з яким повна потенційна енергія Π скінчено-елементної моделі тіла знаходиться в стані стійкості і рівноваги має мінімальне значення.

В рамках аналізу чутливості обчислюються градієнти змінних проектування конструкції, переміщень у вигляді частинних похідних від цих характеристик по змінним проектуванням та товщини оболонки. Інформація про чутливість зменшення ваги алюмінієвої циліндричної оболонки з 68800 кг до 51300 кг, що у відсотковому співвідношенні становить 25.4%, при цьому напруження по Мізесу виросли з 68 МПа до 240 МПа. Всі чисельні дослідження виконані в автоматизованому режимі за допомогою власного програмного забезпечення та розрахункового комплексу Femap with Nastran.

Після чисельного експерименту на рис. 1.3 максимальні напруження по Мізесу становлять 240 МПа, при цьому товщина оболонки варіюється від 2 мм до 30 мм в залежності від зони навантаження. На графіку цільових функцій відбулося зменшення ваги алюмінієвої циліндричної оболонки з 68800 кг до 51300 кг, що у відсотковому співвідношенні становить 25.4%, при цьому напруження по Мізесу виросли з 68 МПа до 240 МПа. Всі чисельні дослідження виконані в автоматизованому режимі за допомогою власного програмного забезпечення та розрахункового комплексу Femap with Nastran.

Дана чисельне методика є ефективною для дослідження оптимального проектування просторових тонкостінних конструкцій при термосиловому навантаженню.

Ключові слова: *міцність оболонки, багатокритеріальна параметрична оптимізація, циліндрична оболонка, розрахунок міцності оболонки, геометрична нелінійність, нелінійність, МСЕ, силові навантаження, статичні навантаження, метод скінченних елементів.*

Вступ. У сучасному будівництві та машинобудуванні дедалі більшого значення набуває оптимізація конструкцій, що працюють в умовах складних навантажень, зокрема термосилових.

Оболонки – це тонкостінні просторові конструкції, які мають найбільш ефективну форму для передавання зовнішніх зусиль за мінімального матеріаломісткого ресурсу. Їх застосування пояснюється високою несучою здатністю, що забезпечується геометричною жорсткістю. Водночас саме тонкість робить їх вразливими до складних впливів, які формують складний напружено-деформований стан (НДС) [1].

Термосилове навантаження, що виникає внаслідок одночасної дії механічних зусиль і значних температурних полів або градієнтів, істотно ускладнює поведінку оболонкових конструкцій. Температурні зміни спричиняють додаткові термічні напруження, які можуть бути порівнянні або навіть перевищувати механічні:

- ризик втрати стійкості через нерівномірне теплове розширення;
- зміна фізико-механічних властивостей матеріалів (термопластичність, повзучість, температурна залежність модуля пружності);
- виникнення концентрацій напружень, що може призвести до руйнування або істотного скорочення строку служби [2].

Традиційні методи проектування, які базуються переважно на міцності при фіксованих геометричних параметрах, часто є недостатніми. Вони можуть призводити до надмірного запасу міцності (збільшення маси та вартості) або, навпаки, не забезпечувати надійності через ігнорування нелінійних ефектів взаємодії. Саме тому виникає потреба в параметричній оптимізації – методі, що дозволяє системно досліджувати вплив численних конструктивних змінних (геометричних, матеріальних, теплових) на поведінку конструкції та знаходити її оптимальні конфігурації за заданим критерієм [3].

Теоретичні основи аналізу оболонок були закладені в працях класиків механіки конструкцій і теорії пружності – Густава Роберта Кірхгофа, Августа Едварда Лава, Степана Тимошенка. Проте, включення високотемпературних ефектів та критеріїв оптимізації в моделі стало можливим лише з розвитком потужних чисельних методів і комп'ютерних технологій.

Дослідження НДС оболонок за умов термосилового навантаження зосереджені на моделюванні поведінки матеріалів у нееластичній області. Значний внесок у цю сферу зробили як вітчизняні, так і зарубіжні науковці. Зокрема, роботи з теорії повзучості та релаксації напружень дозволили адекватно описати довготривалу міцність елементів, що працюють при постійно високих температурах. Водночас, дослідження в галузі термопружнопластичності за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ) стали основою для чисельного розрахунку локальних пластичних деформацій і залишкових напружень. Цей напрямок був реалізований у фундаментальних працях з чисельної механіки таких вчених, як О. Зенкевич, К.

Дж. Бате та вітчизняних дослідників, зокрема О.Г. Гузя та В.В. Піддубного, при проектуванні критично важливих елементів, як-от корпусів ядерних реакторів та камер згоряння [4-5].

Параметрична оптимізація, на відміну від топологічної чи формоутворювальної, спрямована на пошук найкращих значень фіксованого набору параметрів (товщина, радіус інерції, кут нахилу). Класичні підходи: на початкових етапах використовувалися градієнтні методи та метод Лагранжа для оптимізації за одним критерієм (зазвичай мінімальна маса) з простими обмеженнями. Сучасні алгоритми та багатокритеріальність: останніми роками досягнуто значного прогресу завдяки створенню еволюційних і стохастичних алгоритмів (генетичні алгоритми та роеві методи оптимізації), які працюють із багатокритеріальними цільовими функціями [6].

Застосування параметричної оптимізації алюмінієвої циліндричної оболонки дозволяє суттєво зменшити масу конструкції, перерозподілити напруження та забезпечити архітектурну виразність при збереженні міцності та стійкості. Дослідження Іванченка Г.М. продемонстрували ефективність оптимізації частот вимушених коливань оболонок за умов термосилового навантаження – критичного показника для забезпечення динамічної стійкості конструкції в експлуатації [7].

Попри значні досягнення, низка ключових питань, особливо на межі термосилового аналізу та параметричної оптимізації, залишаються відкритими:

- нелінійні ефекти: існуючі моделі оптимізації часто ігнорують або неточно враховують нелінійні взаємодії між тепловими та механічними полями, зокрема температурну залежність властивостей матеріалів (наприклад, зміну модуля пружності та коефіцієнта теплового розширення в робочому температурному діапазоні);

- складні критерії та геометрія: існує потреба в інтегрованій багатокритеріальній моделі, яка ефективно балансує мінімізацію маси, максимізацію стійкості (механічної та термічної) та технологічні обмеження при оптимізації оболонок складних, геометрично ефективних форм (мінімальних поверхонь) з різними типами контуру;

- вплив контуру: практична реалізація оптимізованих рішень потребує чіткого розуміння впливу типу контуру (прямокутний, трапецієподібний, круглий) на фінальні оптимізовані параметри, що важливо для уніфікації рекомендацій у проектуванні.

На основі виявленої наукової прогалини та актуальності проблеми сформульовано мету та завдання даного дослідження.

Метою дослідження є створення чисельної параметричної моделі оптимізації оболонкових конструкцій, здатної враховувати багатокритеріальні вимоги до міцності, жорсткості, маси та термостійкості в умовах термосилових навантажень.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

- розробити математичну модель опису термосилового деформованого стану оболонок мінімальних поверхонь з урахуванням температурної залежності властивостей матеріалу;

- сформулювати багатокритеріальну цільову функцію оптимізації, яка поєднує мінімізацію маси та максимізацію стійкості за напруженням (за критерієм Мізесу) і обмеженнями на прогини;

- реалізувати чисельну оптимізаційну модель на основі методу скінченних елементів (МСЕ) з урахуванням температурно-залежних характеристик матеріалу та адаптованого еволюційного алгоритму;
- дослідити вплив типу контуру (прямокутний, трапецієподібний, круглий) на розподіл напружено-деформованого стану (НДС) та кінцеві оптимізовані параметри конструкції;
- сформулювати практичні рекомендації щодо вибору оптимальних параметрів і геометричних форм оболонок для конкретних умов термосилових навантажень [8-9].

Система вирішуваних рівнянь з урахуванням геометричної нелінійності алюмінієвої циліндричної оболонки методом скінченних елементів [10]. Систему вирішуваних рівнянь методу скінченних елементів формують, використовуючи варіаційний принцип Лагранжа, у відповідності з яким повна потенційна енергія Π скінчено-елементної моделі тіла знаходиться в стані стійкості і рівноваги має мінімальне значення.

Умова мінімуму буде використано, коли частинні похідні від потенційної енергії Π по всім вузлом переміщенням $\{\bar{u}\}$ дорівнюють нулю:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{\bar{u}\}} = 0. \quad (1)$$

Повна потенційна енергія скінчено-елементної моделі дорівнює:

$$\Pi = U - A = \frac{1}{2} \{u\}^T [\bar{k}] \{\bar{u}\} - \{u\}^T \{Q\}. \quad (2)$$

Після диференціювання згідно (2) отримаємо систему рівнянь, що підлягає розв'язанню за допомогою методу скінченних елементів:

$$[\bar{k}] \{\bar{u}\} - \{Q\} = 0. \quad (3)$$

В системі рівнянь (3) не враховані граничні умови відносно переміщень. Для приведення рівняння у відповідність із заданими значеннями вузлових переміщень необхідно виконати наступні зміни матриці жорсткості $[\bar{k}]$ і вектора вузлових навантажень $\{Q\}$ скінчено-елементної моделі. В першому варіанті в $[\bar{k}]$ і $\{Q\}$ записуються нулі в рядках, які відповідають відомим переміщенням, за виключенням діагональних членів матриці $[\bar{k}]$, які прирівнюються до одиниці. В другому варіанті стовпці матриці $[\bar{k}]$, які відповідають відомим переміщенням, множаться на ці переміщення і зі зворотнім знаком додається з відповідними компонентами вектора $\{Q\}$, після чого у вказаному стовпці матриці $[\bar{k}]$ (крім діагональних елементів) записуються нулі. Перетворена система рівнянь приймає вигляд

$$[\bar{K}] \{\bar{U}\} - \{Q\} = 0. \quad (4)$$

Рішення системи рівнянь (4), як правило, виконується прямими методами, враховуючи особливості структури матриці (лінійність і симетрію відносно головної діагоналі).

Величини деформації і напружень в скінченному елементі визначається за формулами:

$$\{\varepsilon\} = [\partial] \{u\} = [\partial] [N] \{u\} = [B] \{u\}. \quad (5)$$

$$\{\sigma\} = [E] \{z\} = [E] [B] \{u\}. \quad (6)$$

Попередньо із вектора переміщення скінчено-елементної моделі $\{\bar{u}\}$ виділяється вектор переміщення $\{u\}_{(l)}$ скінченного елемента за допомогою матриці інцидентій.

$$\{\bar{u}\}_{(l)} = [l]_{(l)}\{\bar{u}\}. \quad (7)$$

Викладена методика отримання співвідношення методу скінчених елементів з урахуванням геометричної нелінійності не залежить від форми і властивостей скінчених елементів, тому може бути впроваджена для пластинчастого скінченного елемента оболонки мінімальної поверхні [11].

Нижче представлені значення матриці для тонкої пластини, яка працює на згин чотирикутного тонкого скінченного елемента **plate**.

$$[N] = [N_{11}N_{12}N_{13}N_{21}N_{22}N_{23}N_{31}N_{32}N_{33}N_{41}N_{42}N_{43}]. \quad (8)$$

$$N_{i_1} = \frac{1}{8} \left(\frac{x_1}{x_1^{(i)}} + 1 \right) \left(\frac{x_2}{x_2^{(i)}} + 1 \right) \left(2 + \frac{x_1}{x_1^{(i)}} + \frac{x_2}{x_2^{(i)}} - \frac{x_1^{(2)}}{a_1^2} - \frac{x_2^{(2)}}{a_2^2} \right). \quad (9)$$

$$N_{i_2} = \frac{x_1^{(i)}}{8} \left(\frac{x_1^{(2)}}{a_1^2} - 1 \right) \left(\frac{x_1}{x_1^{(i)}} + 1 \right) \left(\frac{x_2}{x_2^{(i)}} + 1 \right). \quad (10)$$

$$N_{i_3} = \frac{x_2^{(i)}}{8} \left(\frac{x_2^{(2)}}{a_2^2} - 1 \right) \left(\frac{x_1}{x_1^{(i)}} + 1 \right) \left(\frac{x_2}{x_2^{(i)}} + 1 \right). \quad (11)$$

$N_{ij} (j = 1, 2, 3)$ функції форми i -го вузла чотирикутного плоского скінченного елемента **plate** в розрахунковому комплексі **Femap with Nastran** [12].

Аналіз чутливості параметричної оптимізації для алюмінієвої циліндричної оболонки.

В рамках аналізу чутливості обчислюються градієнти змінних проектування конструкції, переміщень у вигляді частинних похідних від цих характеристик по змінним проектуванням та товщини оболонки. Інформація про чутливість служить основою побудови алгоритму оптимального проектування методом градієнтного спуску функції цілі. Матриця чутливості

$$G = \left\{ \frac{\partial g_i}{\partial X_j}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m} \right\} \quad (12)$$

і градієнт цільової функції $\nabla \vec{f}(X)$ використовується для побудови матриці проектування, обчислення множників Лагранжа і визначення напрямку спуску по градієнту. Тут n – кількість змінних проектування, m – кількість обмежень. Крім того, при проведенні аналізу чутливості з'являється кількісна інформація про вплив зміни змінних проектування на функціонування системи [13].

З математичної точки зору, залежність реакцій оболонки у вигляді переміщень і напружень від змінних проектування є товщина оболонки. Такі рівняння лінійні відносно змінних станів, але якщо врахувати вплив змінних проектування на коефіцієнти лінійних операторів, рівняння стану є нелінійним відносно функціональної залежності змінних станів і змінних проектування.

Аналіз чутливості реакцій конструкцій на зміну змінних проектування можливо провести без обчислення похідної матриці жорсткості. Для цього виконуємо диференціювання по i -й складовій X_i рівняння стану [14]

$$K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i} + \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \vec{z} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i}. \quad (13)$$

Цей вираз можливо перетворити до вигляду:

$$K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} - \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \vec{z}. \quad (14)$$

Праву частину рівняння (14) можливо розглядати як вектор псевдо навантаження $\vec{p}$. Тоді для системи похідних переміщень вираз можна переписати як:

$$K \times \left[\frac{\partial \vec{z}}{\partial X_1}, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_n} \right] = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_k^*], \quad (15)$$

де k – кількість навантажень конструкції.

Оскільки вирішення системи рівнянь статки можливо при багатьох варіантах правих частин рівняння [8], то рішення (15) формується одночасно з вирішенням рівняння стану методу скінченних елементів. Як показують дослідження, така схема вирішення задачі при розгляді до 100 вантажних векторів потребує всього на 15% більше часу роботи процесору в порівнянні з вирішенням задачі на один вантажний вектор. Ефект досягається за рахунок виключення $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$ із виразу градієнтів цільової функції і обмежень.

Матриця (15) легко обчислюється при відомій функціональній залежності зовнішніх навантажень від змінних проектування. Якщо $\vec{p}(\vec{X})$ – вектор зовнішніх навантажень, який є постійним, то $\frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} = 0$ [4].

$$P = \left\{ \frac{\partial p_j}{\partial X_i}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m} \right\}. \quad (16)$$

Розглянемо визначення похідної $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$, для цього ведемо наступні позначення K_g і K_l – матриця жорсткості відповідного елемента в загальній локальній системі координат; $\vec{z}_g$ і $\vec{z}_l$ – вузлові переміщення в локальній системі координат; T – матриця перетворення локальної системи координат в глобальну [7, 13].

Основні співвідношення методу скінченних елементів при перетворенні координат:

$$K = T^T \times K^l \times T. \quad (17)$$

$$\vec{z}_l = T \times \vec{z}_g. \quad (18)$$

Так як в якості змінних проектування прийнята товщина оболонки, то координати вузлів конструкції похідна K_g по $\vec{X}$ дорівнює [3, 9]:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \right) \times K_l \times T + T^T \times \frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times T + T^T \times K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}}. \quad (19)$$

Приймаємо до уваги рівність (30), маємо:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} \vec{z}_g = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \right)^T \times (K \times \vec{z}_l) + T^T \times \left(\frac{K_l}{\partial \vec{X}} + K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g \right). \quad (20)$$

Можемо показати, що

$$\frac{\partial}{\partial \vec{X}} K \times \vec{z} = \frac{\partial}{\partial \vec{X}} \left(\sum_{i=1}^{NE} K_g^i \times \vec{z} \right) = \sum_{i=1}^{NE} \left(\frac{\partial K_g^i}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g^i \right), \quad (21)$$

де NE – число скінченних елементів; K_g^i – матриця жорсткості i -го елемента в глобальній системі координат.

Звідси матриця $\frac{\partial K}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}$ може бути сформована шляхом обчислення вектору $\frac{\partial K_g^i}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g^i$ для кожного скінченного елемента конструкції і подальшої їх суми.

Вектор $K_l \times \vec{z}_l$ в першому складеному рівнянні (16) представляє собою внутрішні зусилля в елементі в локальній системі координат, які можуть бути визначені як [7]

$$\vec{p}_l = K_l \times \vec{z}_l = \left(\int_0^l (B^T \times D \times B) dx \right) \times \vec{z}_l = \int_0^l (B^T \times \vec{\sigma}) dx, \quad (22)$$

де $\vec{\sigma} = D \times B \times \vec{z}_l$.

Вектор $K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g$ із останнього члена (21) може бути отриманий аналогічно із визначенням внутрішніх зусиль, відповідно фіктивним вузловим локальним переміщенням.

$$\vec{z}_l = \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g. \quad (23)$$

Вектор $\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_l$ апроксимується за допомогою скінченної різниці шляхом перерахунку матриці K_l для малих відшкодувань змінних проектування X_i . З урахуванням (23) знаходження вектора $\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_l$ зводиться до ряду векторних операцій, і при малих змінах $\partial \vec{X}$ дорівнює:

$$\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_l = \frac{(K_l \times \vec{z}_l)_{\vec{X} + \delta \vec{X}} - (K_l \times \vec{z}_l)_{\vec{X}}}{\delta \vec{X}}. \quad (24)$$

Таким чином, аналіз чутливості реакцій оболонки для кожного пластинчастого скінченного елемента до варіацій змінних проектування зводиться до визначення вектору $\frac{\partial K}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}$, шляхом знаходження двох додаткових векторів внутрішніх зусиль в локальній системі координат і перетворення результативних векторів в загальну координатну систему.

Визначивши чутливість $\frac{\partial \vec{z}}{\partial \vec{X}}$, є можливість перейти від знаходження чутливості внутрішніх зусиль в скінченних елементах до зміни змінних проектування, оскільки для реалізації алгоритму вирішення задачі оптимізації потрібно побудова матриці чутливості обмежень G [11].

Чутливість обмежень на переміщення вузлів може бути також представлена у вигляді:

$$\frac{\partial g_i}{\partial X} = - \frac{\Delta_{max}}{\Delta_i^2} \frac{\partial \Delta_i}{\partial X}. \quad (25)$$

Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації міцності і ваги алюмінієвої циліндричної оболонки з урахуванням геометричної нелінійності. Моделювання багатокритеріальної параметричної оптимізації міцності та ваги алюмінієвої циліндричної оболонки з урахуванням геометричної нелінійності виконується за допомогою програмного комплексу **Femap with Nastran**, з використанням ітераційного методу навантаження та спеціалізованого програмного забезпечення. На рис. 1. представлено скінчено-елементну модель. Модель побудована з використанням 2880 скінчених елементів типу *plate* та містить 3024 вузлів. Зв'язок з диском ґрунту реалізовано у вигляді жорсткого заземлення. В якості матеріалу використано алюміній, товщина оболонки становить 30 мм.

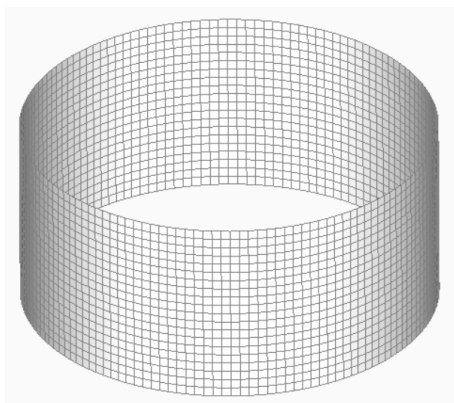


Рис. 1. Скінчено-елементна модель

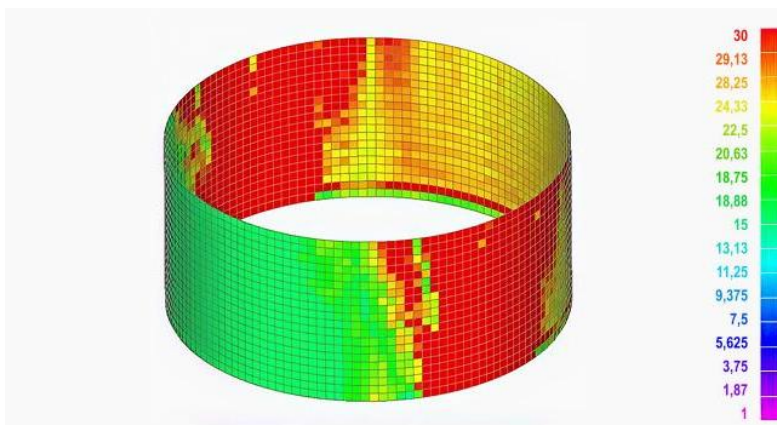


Рис. 2. Розподілення товщини циліндричної алюмінієвої оболонки після оптимізаційного розрахунку. Товщина становить від 1 до 30 мм

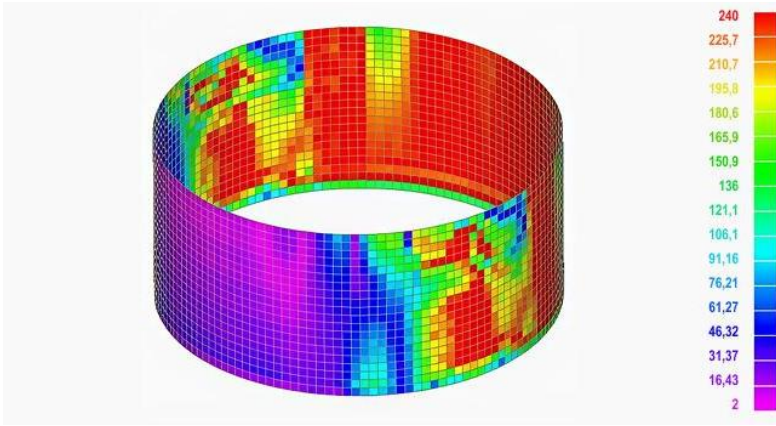


Рис. 3. Напруження по Мізесу в циліндричній алюмінієвій оболонці після оптимізації від 2 МПа до 240 МПа

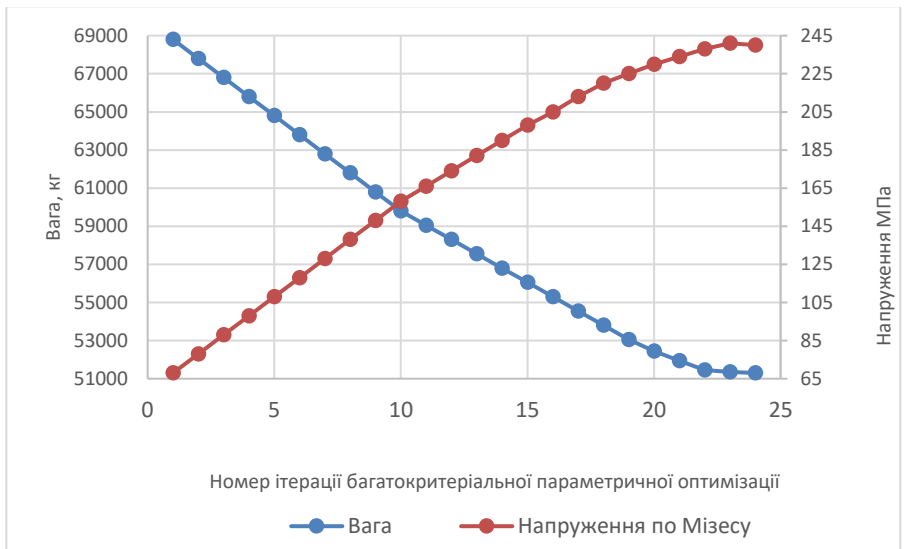


Рис. 4. Графік зміни цільової функції – вага і напруження по Мізесу по циклам багатокритеріальної параметричної оптимізації

Результати чисельного дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації міцності і ваги алюмінієвої циліндричної оболонки з урахуванням геометричної нелінійності. Після чисельного експерименту на рис. 3 максимальні напруження по Мізесу становлять 240 МПа, при цьому товщина оболонки варіюється від 2 мм до 30 мм в залежності від зони завантаження. На графіку цільових функцій відбулося зменшення ваги алюмінієвої циліндричної оболонки з 68800 кг до 51300 кг,

що у відсотковому співвідношенні становить 25.4%, при цьому напруження по Мізесу виросли з 68 МПа до 240 МПа. Всі чисельні дослідження виконані в автоматизованому режимі за допомогою власного програмного забезпечення та розрахункового комплексу Femap with Nastran.

Чисельний експеримент багатокритеріальної параметричної оптимізації відбувався з урахуванням геометричної нелінійності, що дало додаткові 5% економії конструкційного алюмінію за рахунок знаходження дійсних напружень та переміщень. Після оптимізаційного розрахунку проводилися всі перевірочні розрахунки за II групами граничних станів. В майбутньому інженер проектувальник вже визначає остаточну економію конструкційного алюмінію з урахуванням можливості монтажу та виготовлення даної споруди.

Дана чисельна методика є ефективною для дослідження оптимального проектування просторових тонкостінних конструкцій при термосиловому навантаженню, що може слугувати в подальшому для проектування об'єктів такого призначення. При використанні чисельної методики був використаний метод скінченних елементів та метод градієнтного спуску для математичного апарату параметричної оптимізації.

Список літератури:

1. Герасимов Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. Киев: Вища школа, 1985. 134 с.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.
3. Ігнатишин М.І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. Мукачево: РВВ МДУ, 2017. 172 с.
4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 50-65
5. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецийдному контурі при термосиловому навантаженні. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2023. Вип. 110. С. 430-446.
6. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Жупаненко І.В. Оптимальне проектування вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, яка складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2023. № 51. С. 218-233.
7. Пелешко І.Д., Юрченко В.В. Пошук компромісного розв'язку в задачах оптимізації розмірів поперечних перерізів елементів конструкцій з холодногнутих профілів. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 72-92.
8. Кошевий О.О., Іванченко Г.М. Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на круглому плані з урахуванням геометричної нелінійності при термосиловому навантаженні. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2024. № 53. С. 39-48.
9. Кошевий О.О. Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. *Прикладна геометрія і інженерна графіка*. 2024. №106. С. 133-147.
10. Кошевий О.О., Іванченко Г.М., Затилюк Г.А. Багатокритеріальна параметрична оптимізація переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що

складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2024. Вип. 112. С. 209-221.

11. Юрченко В.В., Пелешко І.Д. Параметрична оптимізація сталевих решітчастої рами з несучими елементами із круглих труб. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2021. Вип. 107. С. 45-74.

12. Юрченко В.В., Перельмутер А.В., Пелешко І.Д. Оптимізація розмірів поперечних перерізів стиснутих елементів конструкцій з С-подібного холодногнутого профілю. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 108. С. 156-170.

13. Юрченко В.В., Пелешко І.Д. Параметрична оптимізація металевих стержневих конструкцій на основі методу проекції градієнта. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2020. Вип. 105. С. 192-220.

14. Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. М.: Наука, 2006. 544 с.

Aleksandr KOSHEVYI, Ostap LITKOV

Multicriteria parametric optimization of the strength of an aluminum cylindrical shell taking into account geometric nonlinearity under thermostress loading

Shells are thin-walled spatial structures that have the most efficient shape for transferring external forces with minimal material consumption. Thermal stress, which arises from the simultaneous action of mechanical forces and significant temperature fields or gradients, significantly complicates the behavior of shell structures.

Traditional design methods, which are based primarily on strength at fixed geometric parameters, are often insufficient. They can lead to excessive strength reserves (increased weight and cost) or, conversely, fail to ensure reliability by ignoring nonlinear interaction effects. This is why there is a need for parametric optimization—a method that allows for systematic investigation of the influence of numerous design variables (geometric, material, thermal) on the behavior of a structure and finding its optimal configurations according to a given criterion.

Parametric optimization, unlike topological or shape-forming optimization, aims to find the best values for a fixed set of parameters (thickness, radius of gyration, angle of inclination).

As part of the sensitivity analysis, the gradients of the design variables and displacements are calculated as partial derivatives of these characteristics with respect to the design variables and shell thickness. The sensitivity information serves as the basis for constructing an optimal design algorithm using the gradient descent method of the objective function.

After a numerical experiment in Fig. 1.3, the maximum Mises stresses are 240 MPa, with the shell thickness varying from 2 mm to 30 mm depending on the loading zone. The graph of objective functions shows a decrease in the weight of the aluminum cylindrical shell from 68,800 kg to 51,300 kg, which is 25.4% in percentage terms, while the Mises stress increased from 68 MPa to 240 MPa. All numerical studies were performed in an automated mode using proprietary software and the Femap with Nastran calculation complex.

This numerical method is effective for studying the optimal design of spatial thin-walled structures under thermo-mechanical loading.

Keywords: *shell strength, multi-criteria parametric optimization, cylindrical shell, shell strength calculation, geometric nonlinearity, nonlinearity, MCE, force loads, static loads, finite element method.*